

Fraktály

Filip Koňářík

Osnova

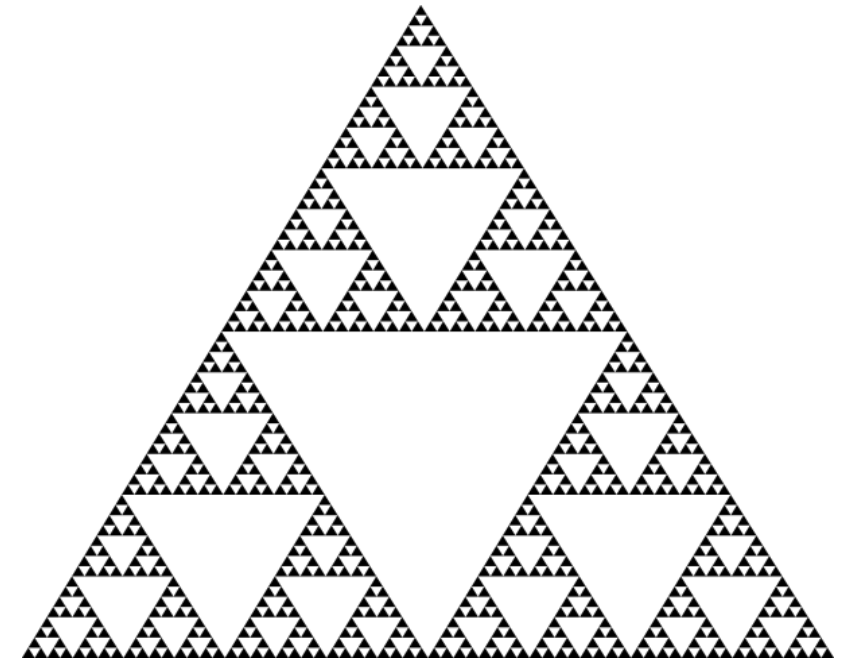
- Definice
- Příklady
- Escape time fractals a jejich vykreslování

Definice

- Více různých definic
- Soběpodobnost
- Nekonečně členitý útvar
- Útvary jejichž fraktální dimenze je ostře větší než topologická

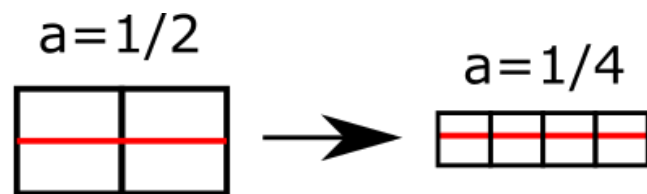


[1] Pobřeží Británie

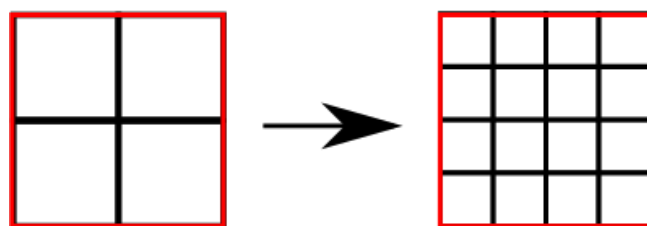


Sierpińskiego trojúhelník

Fraktální dimenze

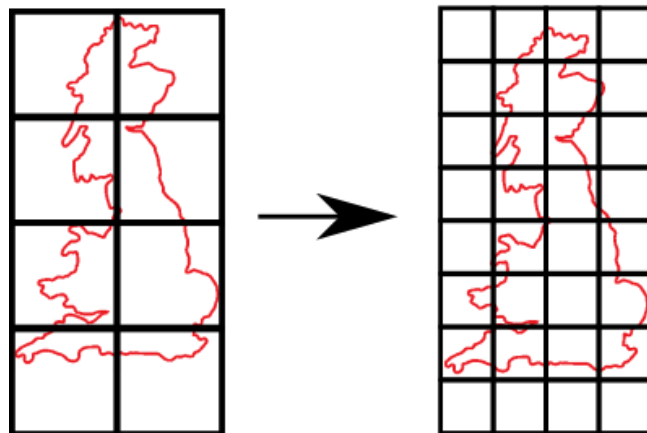


$$4 = 2^1 \cdot 2$$



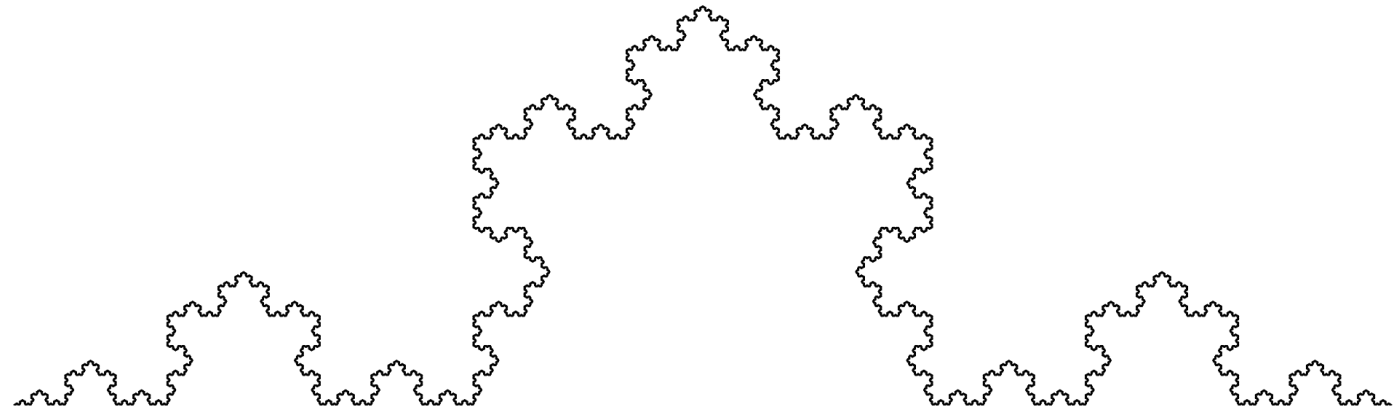
$$16 = 2^2 \cdot 4$$

$$N_2 = 2^{D_F} \cdot N_1 \rightarrow D_F = \log_2 \frac{N_2}{N_1}$$



$$D_F = \log_2 \frac{N_2}{N_1} \approx 1.25$$

Příklady



[2]Kochova křivka



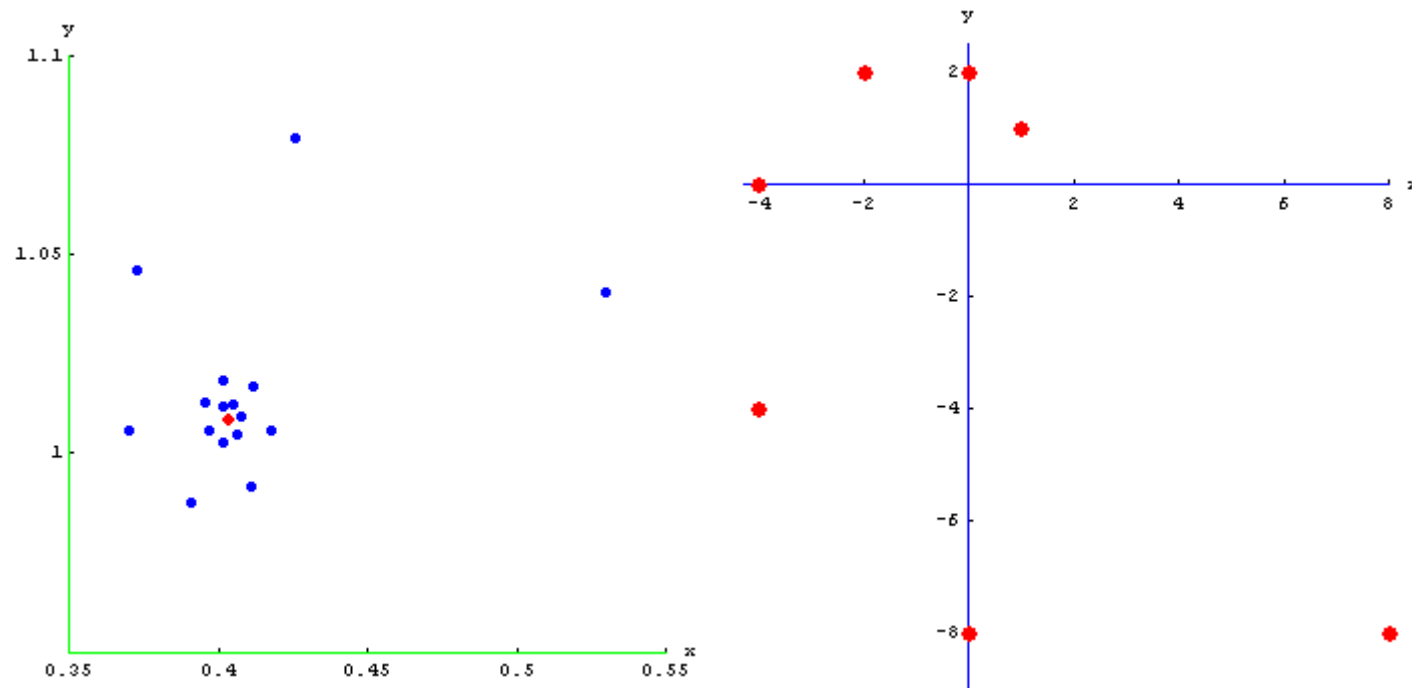
[3]Romanesko



[4]Krystaly ledu

Escape time fractals

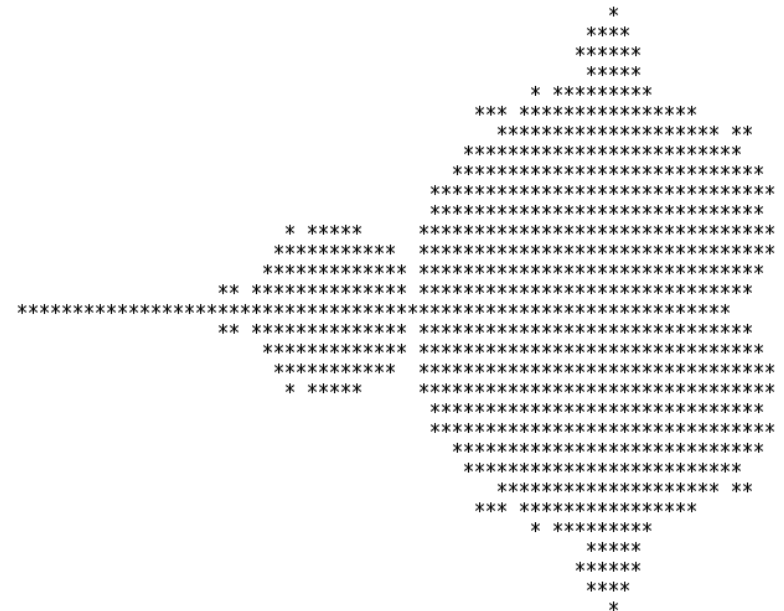
- Množina komplexních (nebo i jiných) čísel, pro které je daná posloupnost omezená



[5] Konvergující a divergující posloupnost

Mandelbrotova množina

- $z_0 = 0, z_{n+1} = z_n^2 + c$
- Pojmenována po Benoîtu Mandelbrovi



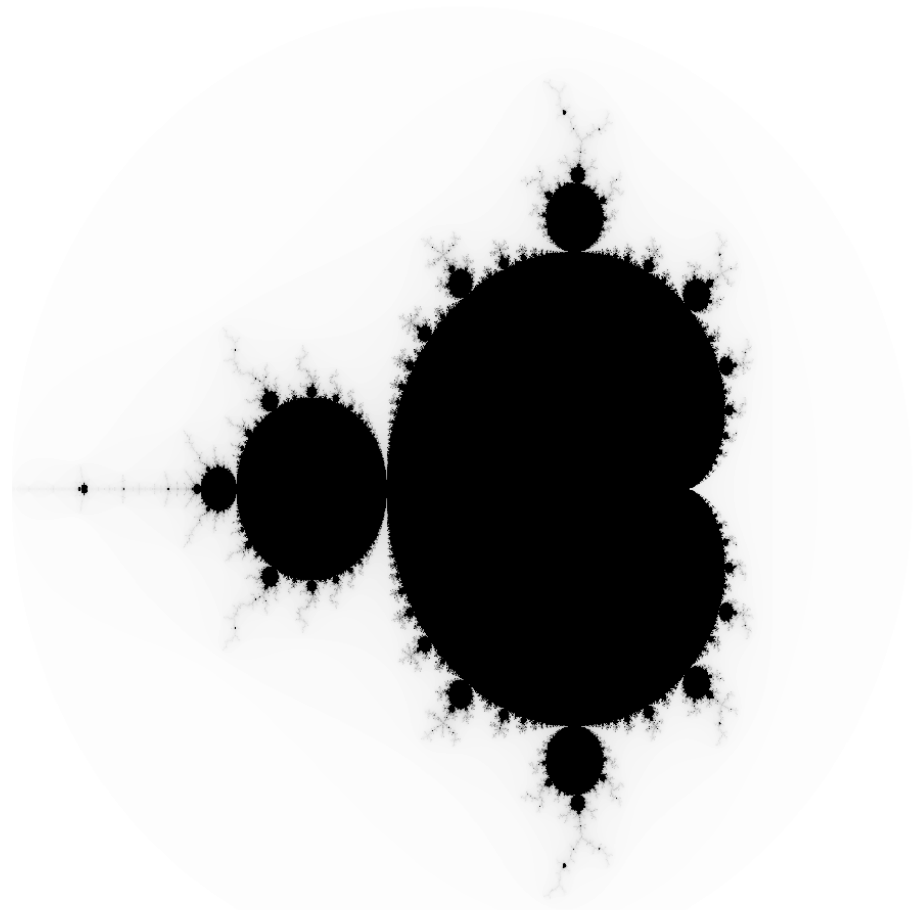
[6] První publikovaný obrázek Mandelbrotovy množiny

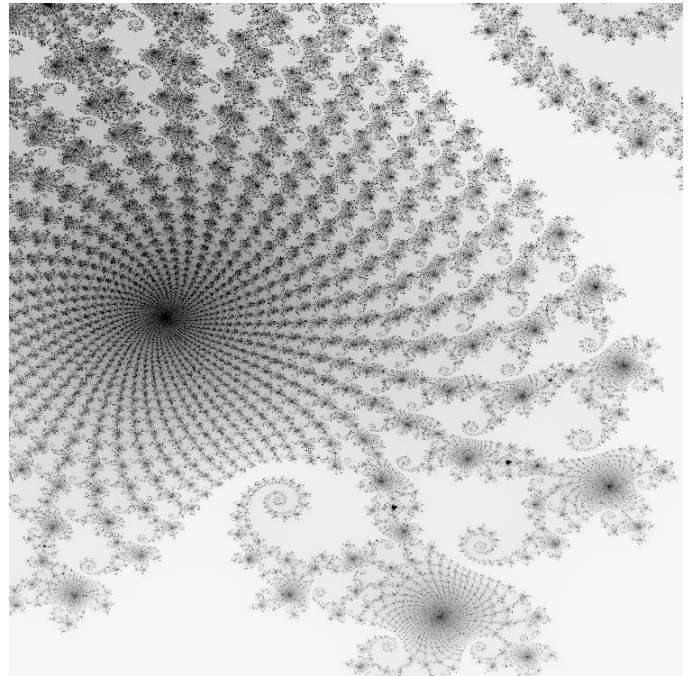
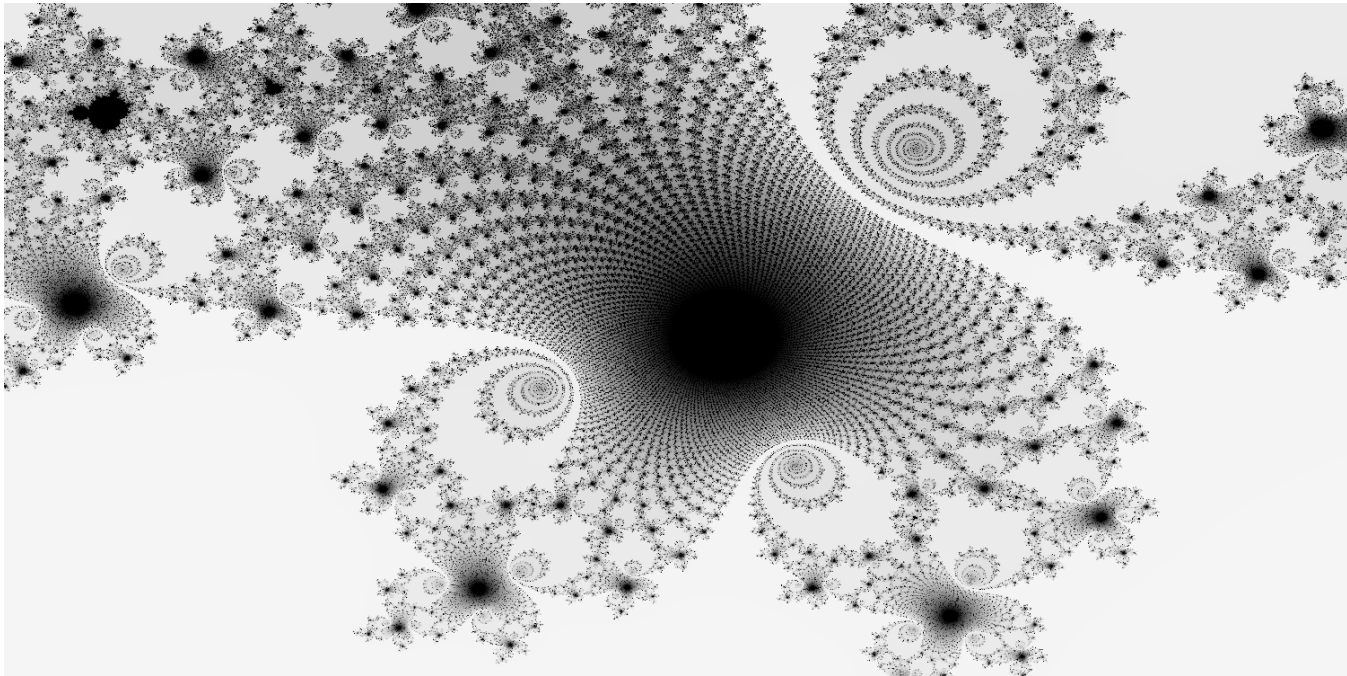
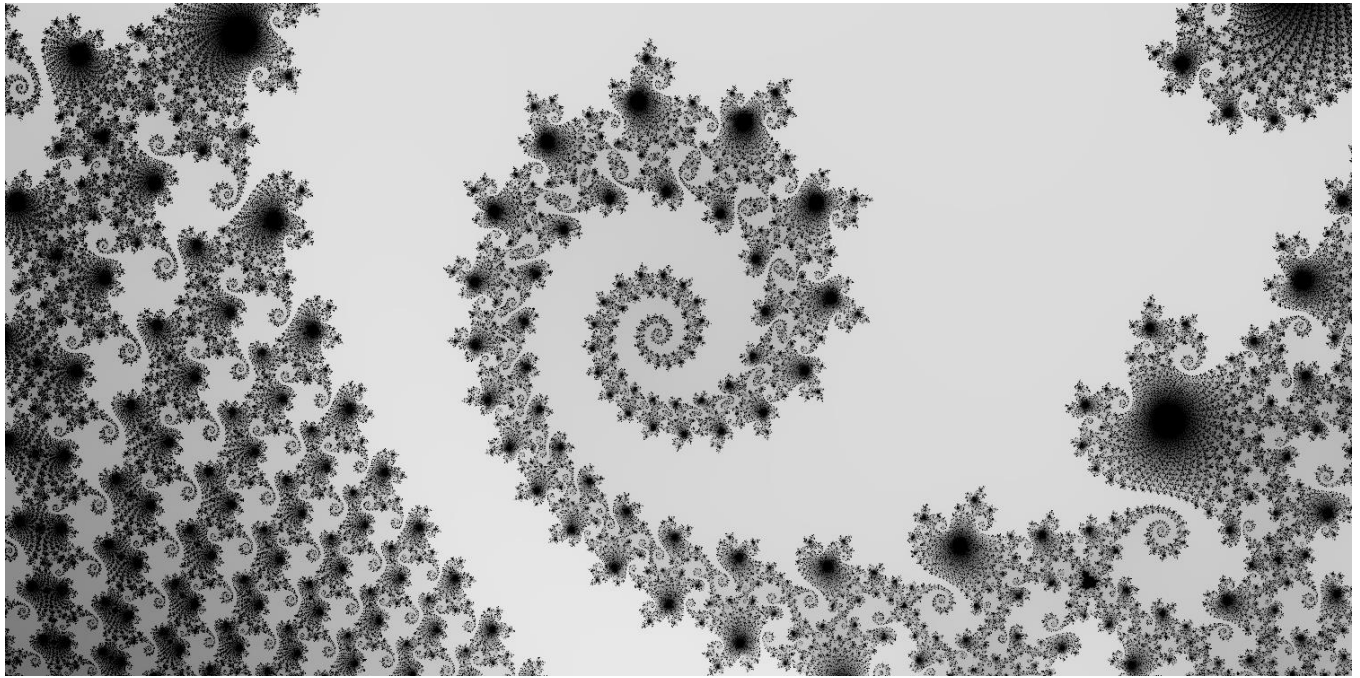
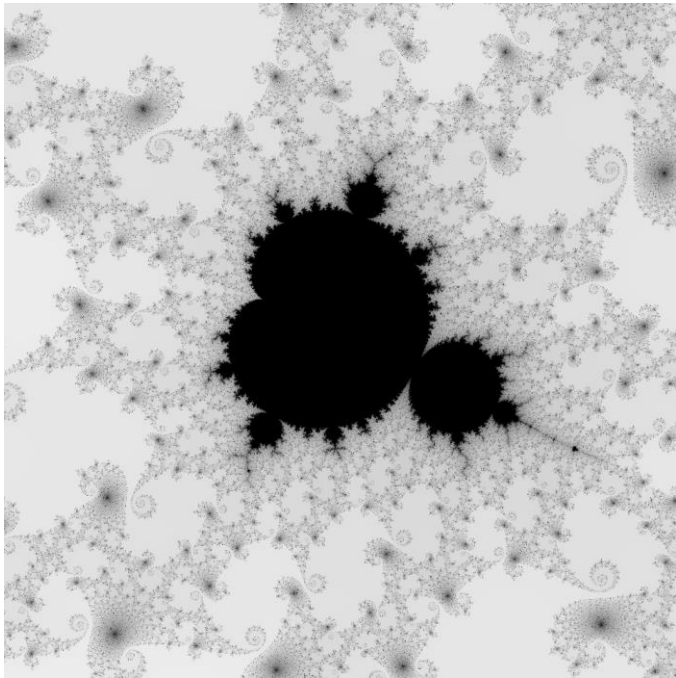
Vykreslování

- Pixely snímku představují body Gaussovy roviny
- Jestliže $|a_n| > 2$, pak diverguje
- Podmínku divergence testujeme pro prvních m členů. S rostoucím m je obrázek přesnější, ale výpočet trvá déle

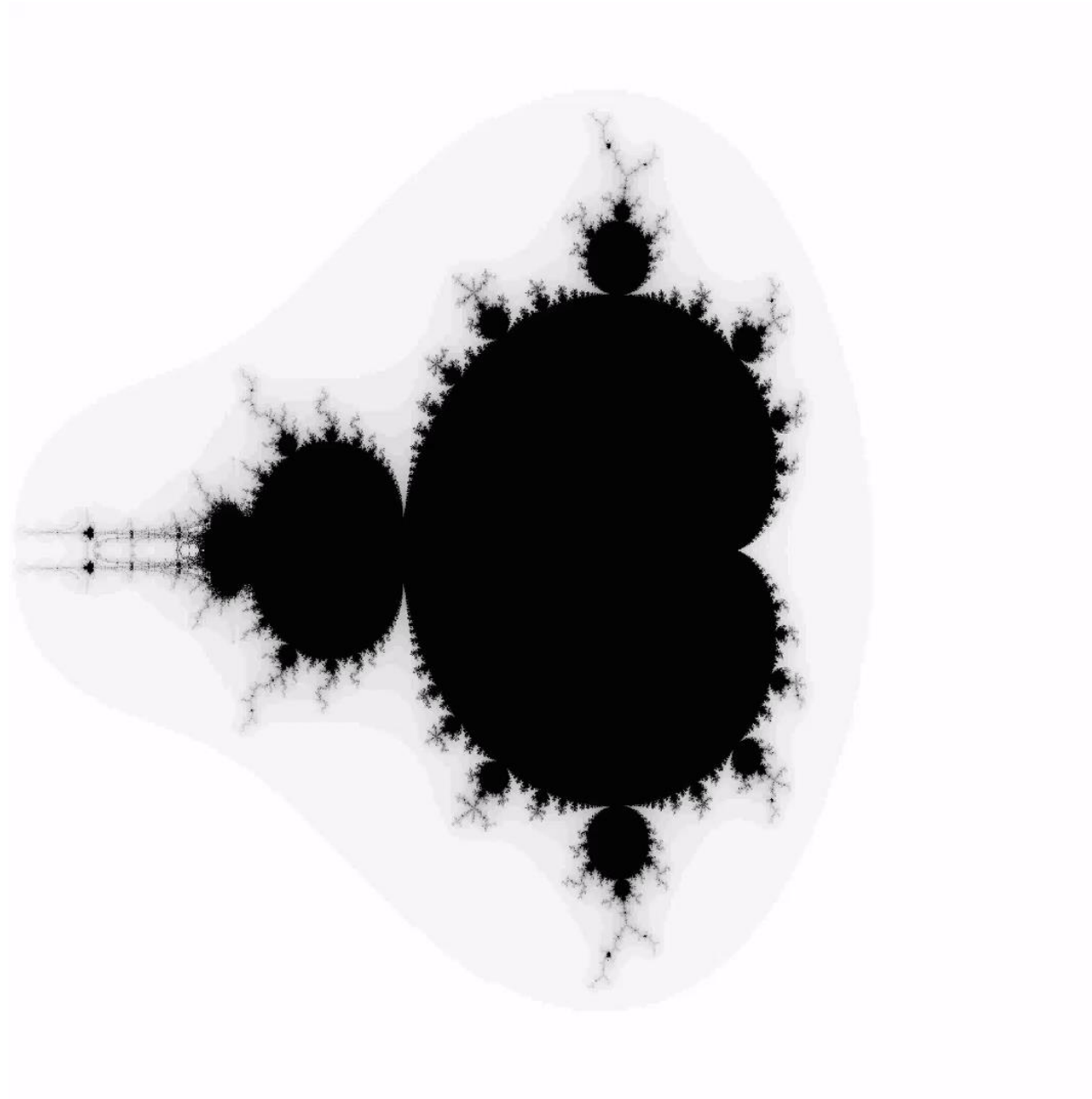


Nenáleží množině



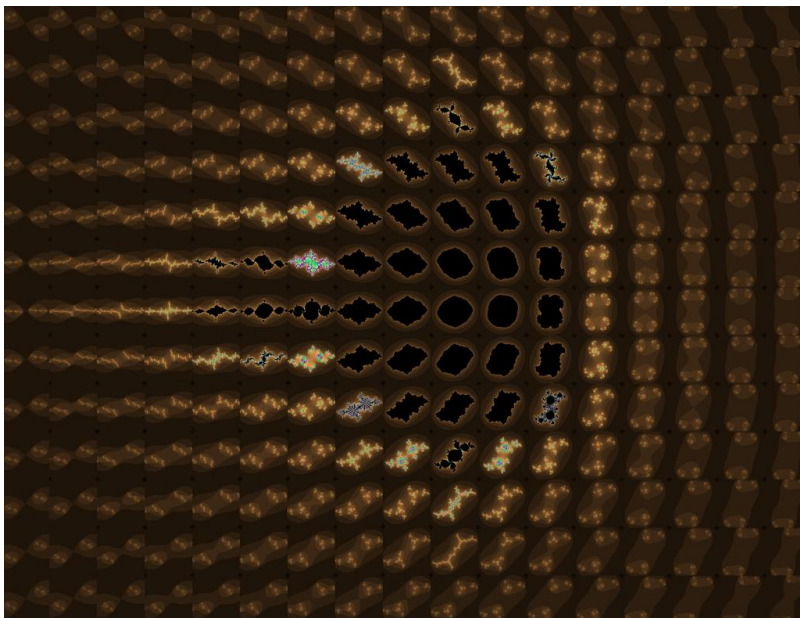


$z_{n+1} = z_n^k + c$
Obecná mocnina
 $k \in (2;5)$

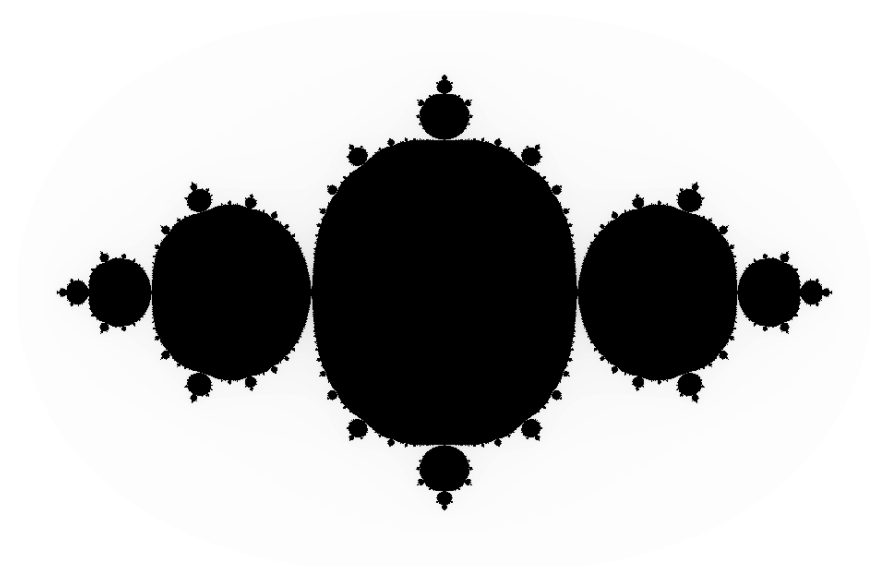


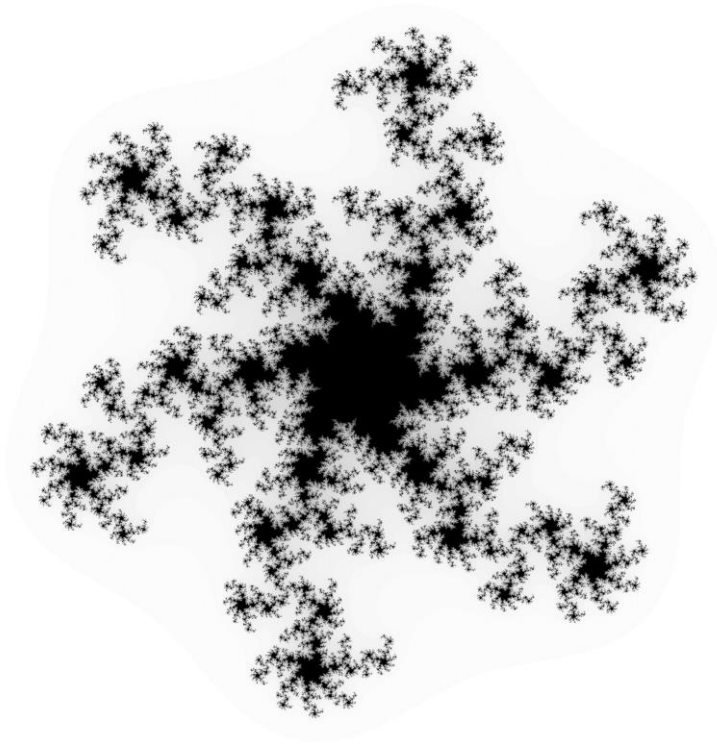
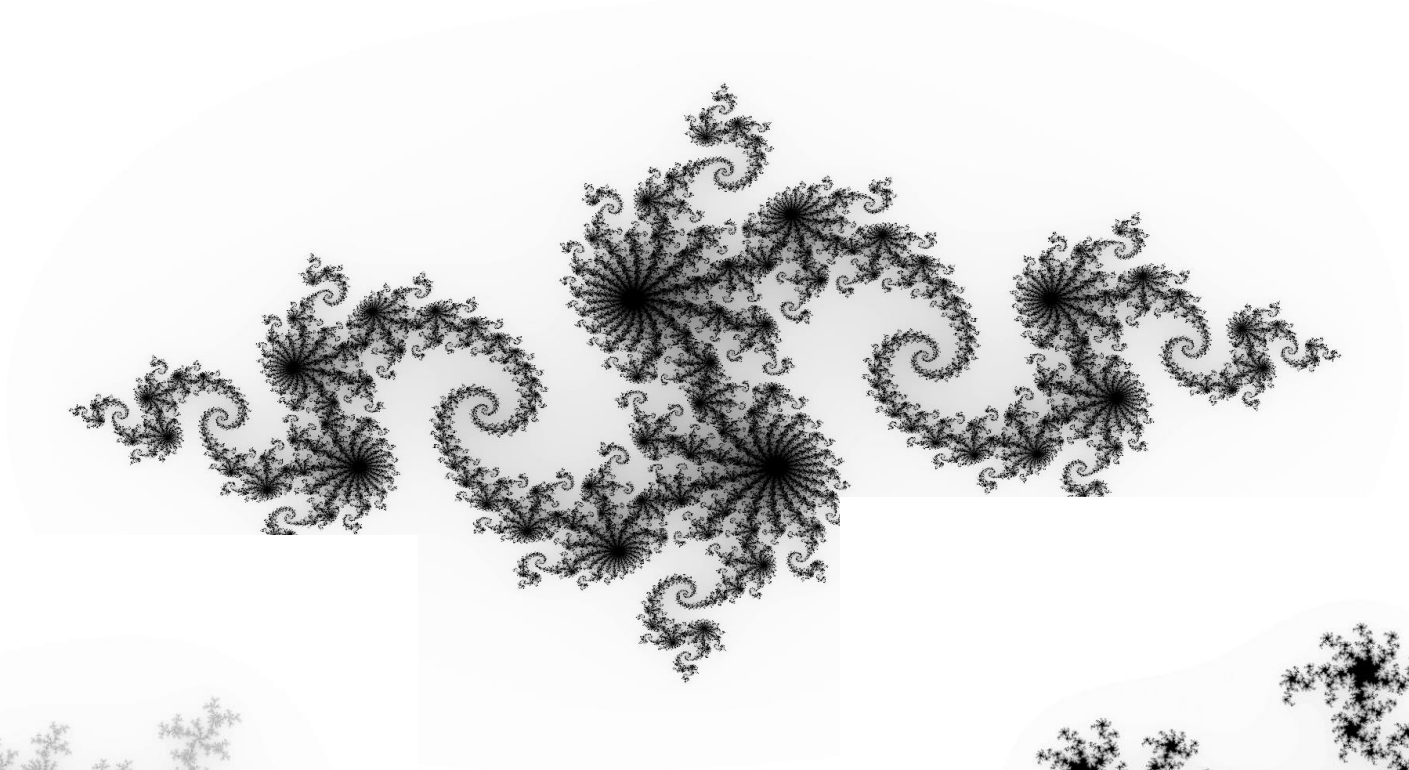
Juliovy množiny

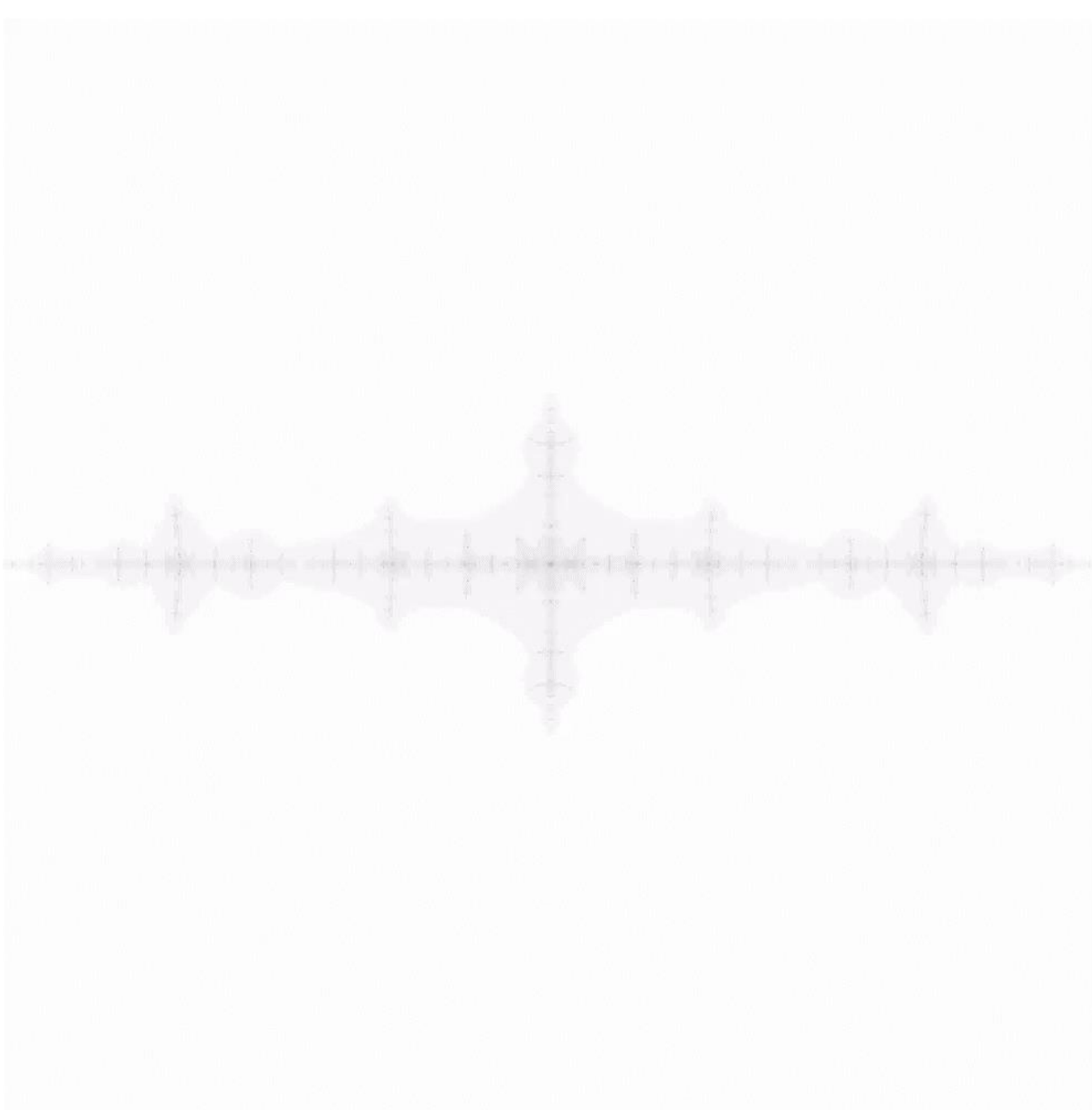
- $z_{n+1} = z_n^2 + c, z_0 = z$
- c – konstanta společná pro všechny body



[7] Mapa 221 Juliových množin







$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(c) &\in (-1.5; 0.6) \\ \operatorname{Im}(c) &= 0 \end{aligned}$$

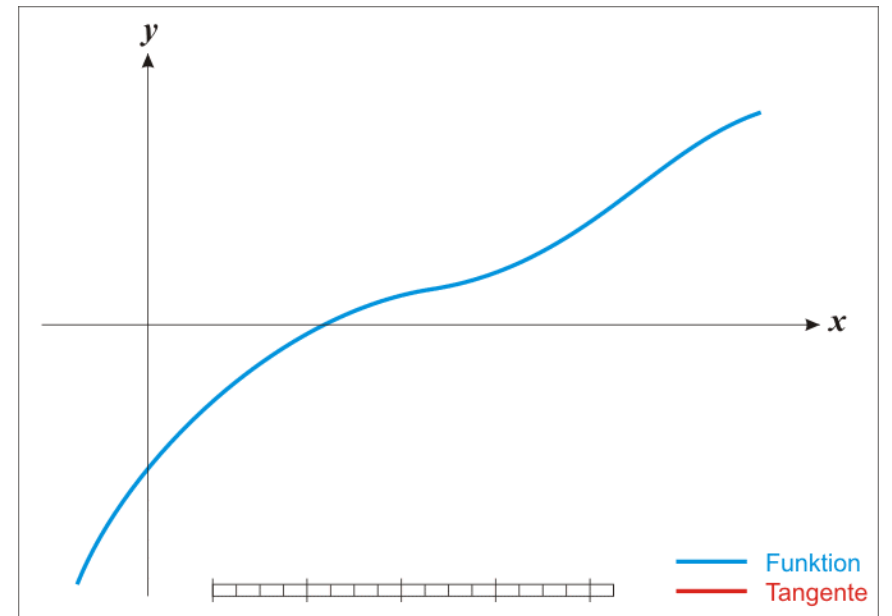


$$\begin{aligned} c &= r \cos\varphi + i r \sin\varphi \\ r &= 0.7885 \\ \varphi &\in (0; 2\pi) \end{aligned}$$

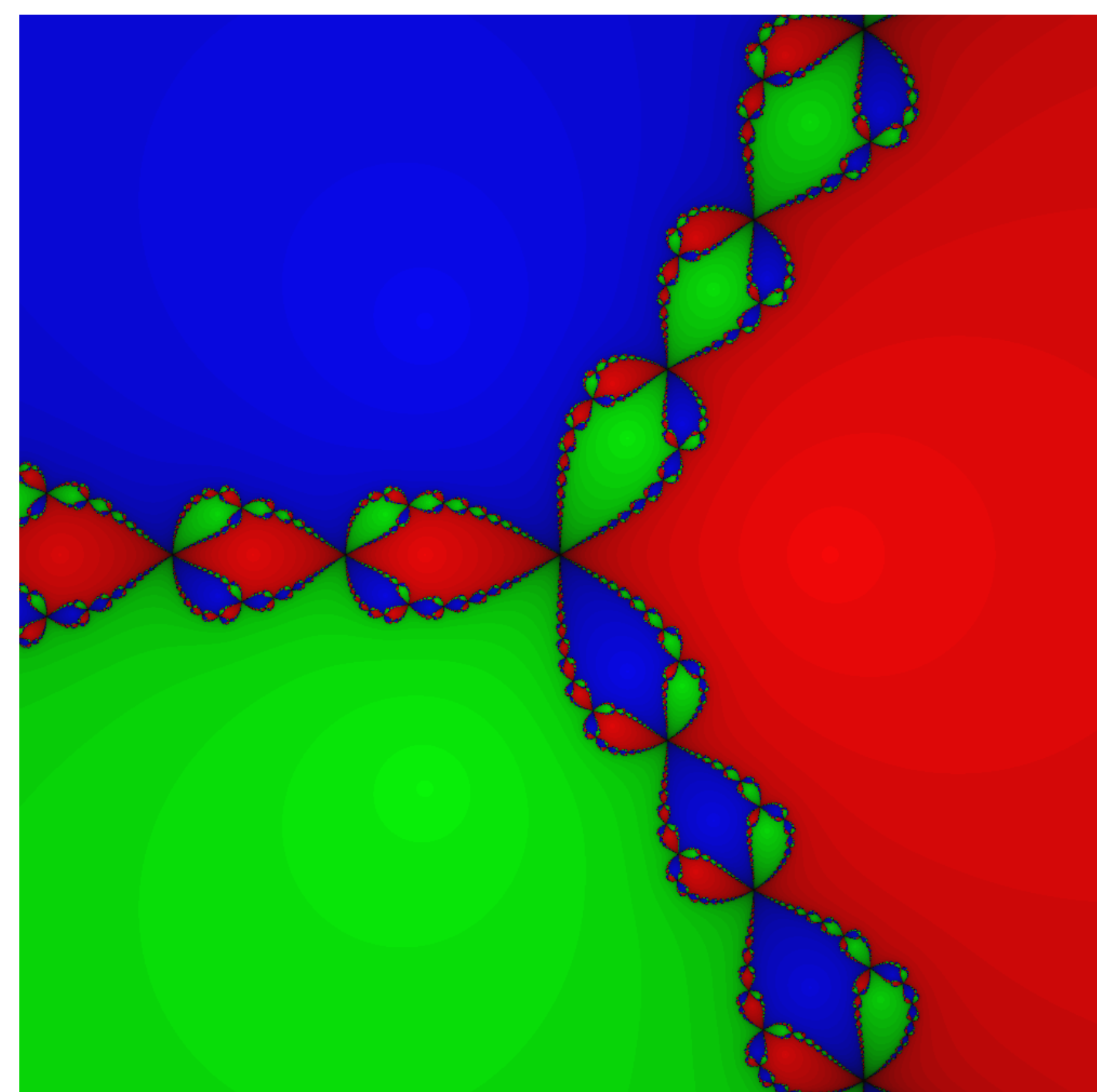
Newtonovy fraktály

- Newtonova metoda výpočtu kořenů

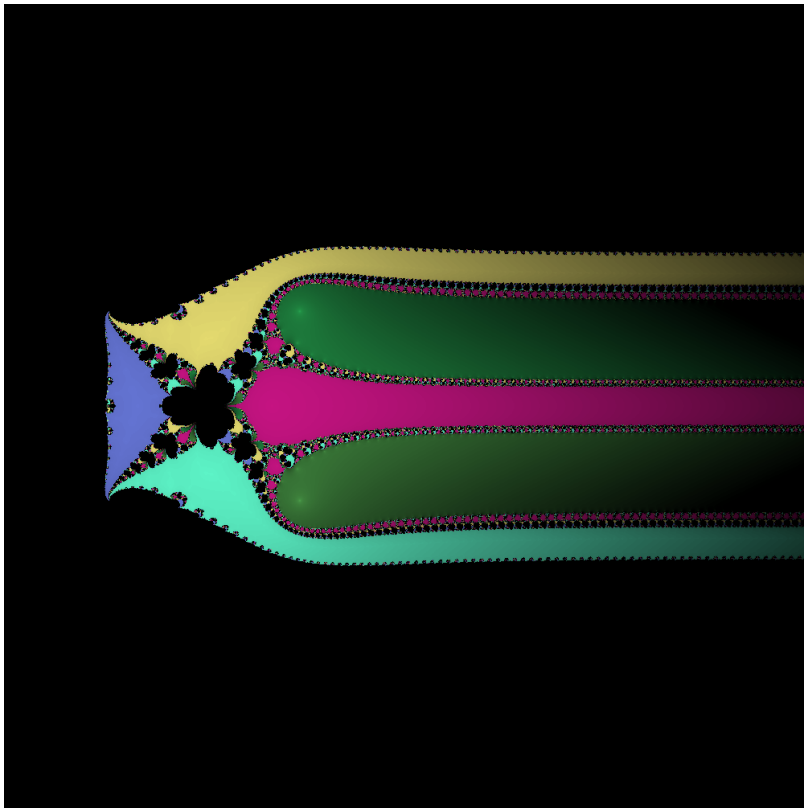
- $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$



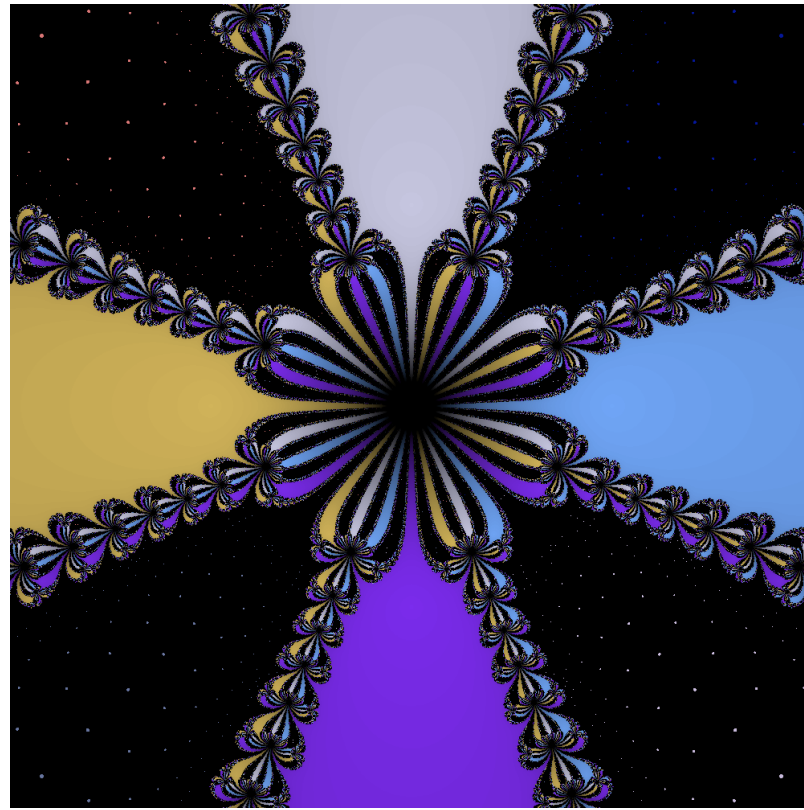
[8] Newtonův algoritmus



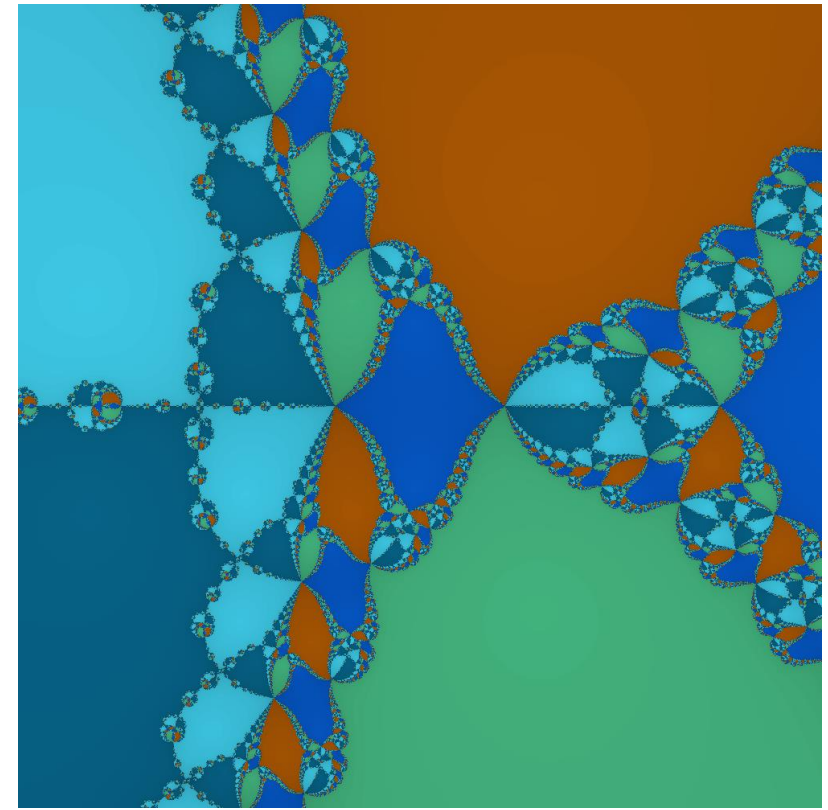
$$z^3 - 1$$



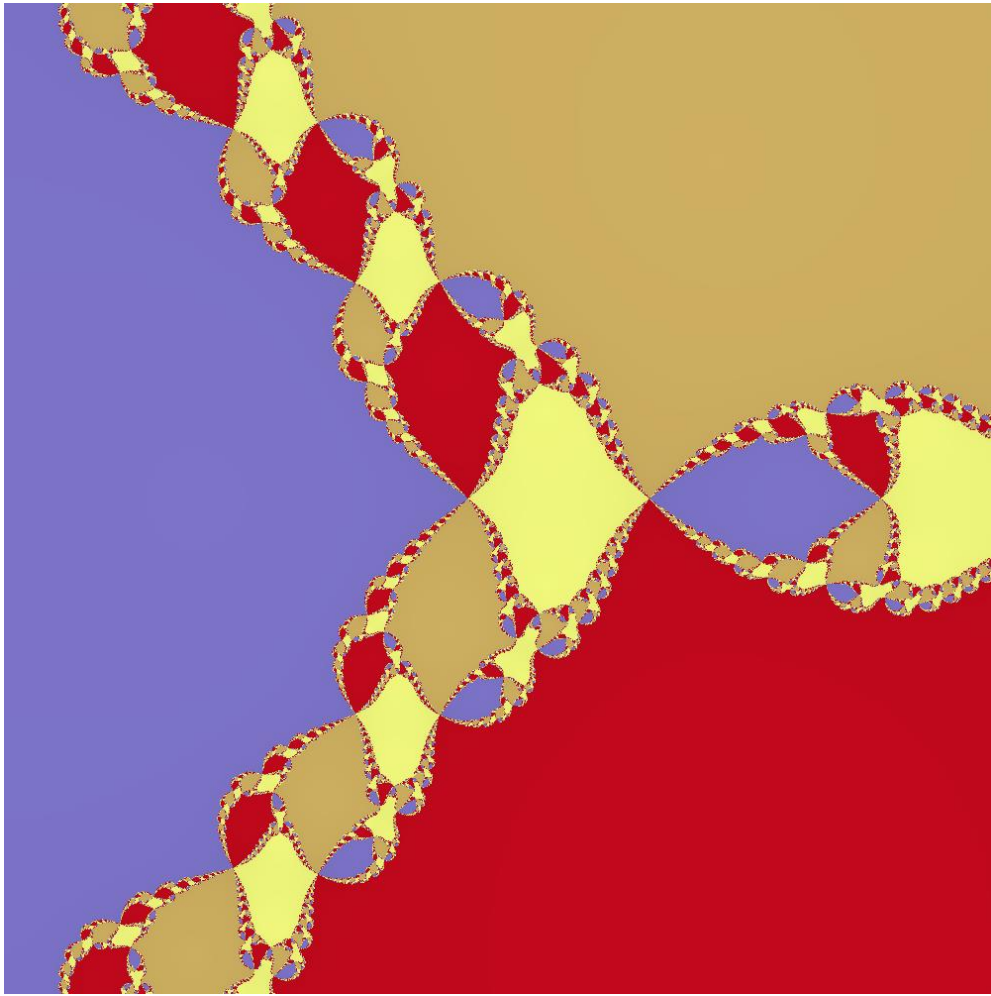
$$z^8 + 15z^4 - 16$$



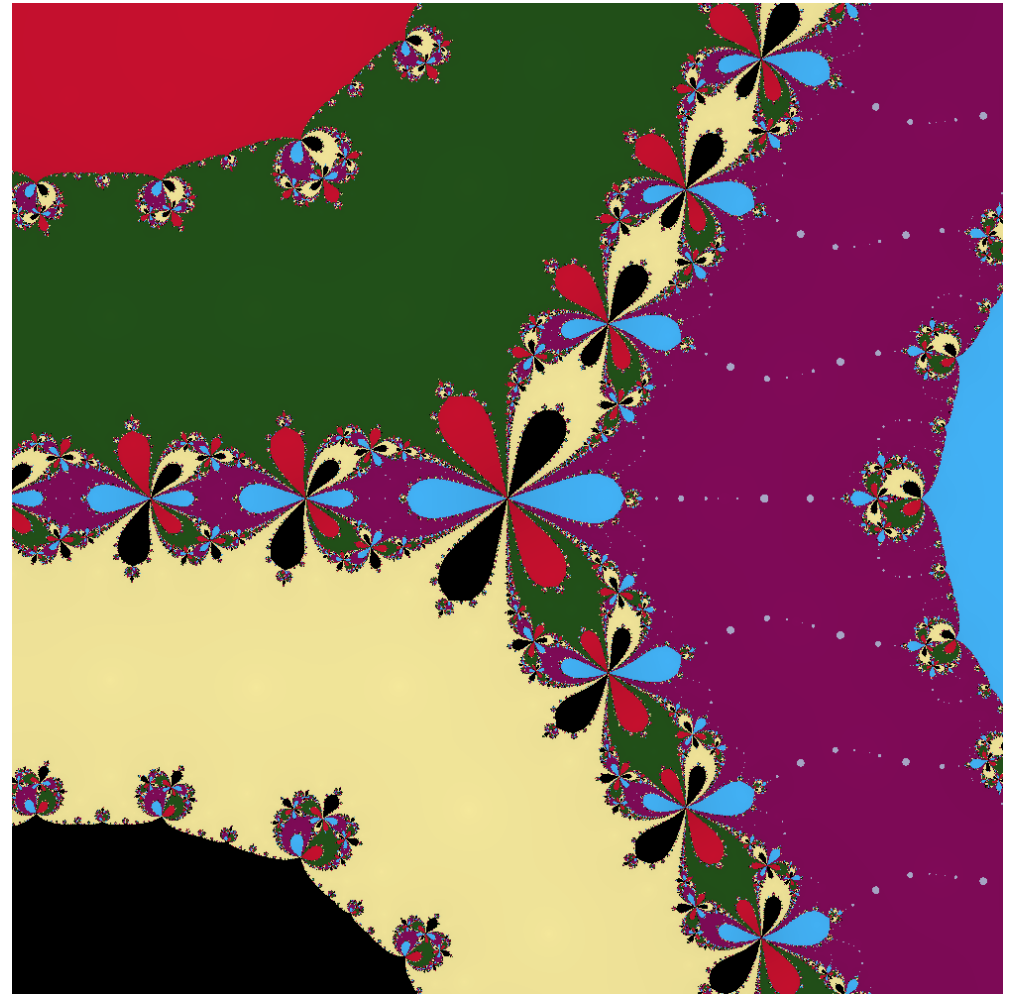
$$z^8 - 1$$



$$z^5 - 4z^3 + 2z - 9$$



$$z^4 - 5z^3 + 3z^2 + z - 14$$



$$z^6 - 14z^3 + 9$$

Děkuji za pozornost

Obrázky

- [1] The coastline of Great Britain In: aiecon.org [online] cit. 18. 11. 2019 Dostupné z: <http://www.aiecon.org/staff/shc/course/annga/RR/main/How%20Long%20is%20the%20Coast%20of%20Great%20Britain.htm>
- [2] Kochova křivka In wikipedia.org [online] 22. 11. 2019 Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Kochova_k%C5%99ivka#/media/Soubor:Koch_curve.svg
- [3] Romanesko In wikipedia.org [online] 22. 11. 2019 Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Romanesko_\(zelenina\)#/media/Soubor:Fractal_Broccoli.jpg](https://cs.wikipedia.org/wiki/Romanesco_(zelenina)#/media/Soubor:Fractal_Broccoli.jpg)
- [4] Frost crystals occurring naturally on cold glass form fractal patterns In: wikipedia.org [online] 22. 11. 2019 Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Fractal#/media/File:Frost_patterns_2.jpg
- [5] Sequences In: mathfaculty.fullerton.edu [online] cit. 18. 11. 2019 Dostupné z: <http://mathfaculty.fullerton.edu/mathews/c2003/ComplexSequenceSeriesMod.html>
- [6] The first published picture of the Mandelbrot set, by Robert W. Brooks and Peter Matelski in 1978 In: wikipedia.org [online] cit. 18. 11. 2019 Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Mandelbrot_set#/media/File:Mandel.png
- [7] Mapa 221 Juliových množin, In: wikipedia.org [online] cit. 22. 11. 2019 Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Juliova_mno%C5%BEina#/media/Soubor:Map_of_221_Julia_Sets_by_Pidi_2007.png
- [8] Newton's method In: wikipedia.org [online] 22. 11. 2019 Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Newton%27s_method#/media/File:NewtonIteration_Ani.gif

Zdroje

- *Grant Sanderson* In: Youtube [online]. 27. 1. 2017 [cit. 18. 11. 2019]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=gB9n2gHsHN4> Kanál uživatele 3Blue1Brown
- *Wikipedia contributors*. (2019, October 17). Julia set. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 15:04, November 22, 2019, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Julia_set&oldid=921796724
- *Wikipedia contributors*. (2019, November 14). Mandelbrot set. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 15:05, November 22, 2019, from https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Mandelbrot_set&oldid=926122791
- *Fraktál Newton*. (6. 12. 2016). Wikipedie: Otevřená encyklopedie. Získáno 15:05, 22. 11. 2019 z https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Frakt%C3%A1l_Newton&oldid=14398250.
- *Robert L. Devaney*, Fractal dimension, 1995 [online] [cit. 22. 11. 2019] Dostupné z: <http://math.bu.edu/DYSYS/chaos-game/node6.html>