

Harmonické oscilátory

E. Fialová, K. Pilná*, K. Mudruška**

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Břehová 7, 115 19 Praha 1

fialoev3@fjfi.cvut.cz, *pilnakat@fjfi.cvut.cz,

**mudrukam@fjfi.cvut.cz

Abstrakt

Během našeho experimentu jsme se zabývali sestavením a porovnáním dvou variant lineárního harmonického oscilátoru. Chtěli jsme zjistit, jaké analogie mezi nimi fungují.

1 Úvod

Cílem naší práce bylo sestavit mechanický lineární harmonický oscilátor a elektromagnetický oscilátor, zkoumat jejich vlastnosti a vzájemně je porovnat. Toto téma nás zaujalo, jelikož se s jevem oscilace setkáváme v našem každodenním životě.

2 Teorie

2.1 Oscilátory

Oscilátor je systém, nebo zařízení schopné kmitavého pohybu, při němž se hodnoty určitých parametrů (poloha, rychlost, napětí atd.) periodicky opakují. Oscilátorů je mnoho druhů, my jsme se konkrétně zabývali mechanickým a elektromagnetickým.

2.1.1 Mechanický lineární harmonický oscilátor

Pohyb mechanického LHO je popsán harmonickými funkcemi sinus/kosinus. Většinou je LHO těleso, které kmitá kolem své rovnovážné polohy. Rozlišujeme netlumený, u kterého amplituda neklesá v závislosti na čase, a tlumený, u kterého amplituda klesá v závislosti na čase a dochází u něj k disipaci energie. Pohyb LHO je popsán rovnicí:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Kde x je poloha závislá na čase, A je amplituda, ω je úhlová frekvence, t je čas a φ je počáteční fáze. Derivováním polohy dostáváme vztah pro rychlost oscilátoru:

$$\dot{x} = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

Druhou derivací polohy dostáváme vztah pro zrychlení:

$$\ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

2.1.2 Mechanický tlumený oscilátor

V reálných podmínkách neexistuje mechanický LHO, ale pouze tlumený mechanický oscilátor, ten jsme sestavili i my a zkoumali jeho vlastnosti. U tlumeného oscilátoru dochází k přeměně energie kmitavého pohybu a díky tomu vzniká tlumené kmitání. Na začátku musíme oscilátoru dodat energii, poté se amplituda exponenciálně zmenšuje do té doby, dokud pohyb nezanikne.

U tlumeného oscilátoru je nižší úhlová frekvence než u netlumeného LHO. Pohyb tlumeného harmonického oscilátoru popisuje rovnice

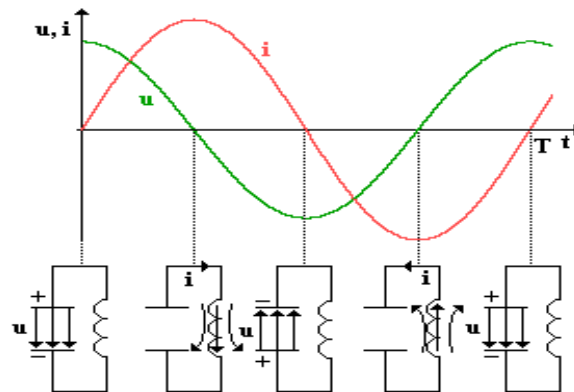
$$x(t) = Ae^{-\delta t} \sin(\omega t),$$

Kde $x(t)$ je poloha závislá na čase, A je amplituda, δ je dekrement útlumu, t je čas, ω úhlová rychlost. Rozlišujeme 3 druhy tlumení, podle toho, jak silný je útlum:

1. Slabé tlumení – vzniká periodický pohyb a $\delta < \omega$
2. Silné tlumení – vzniká aperiodický pohyb, asymptoticky se blíží k rovnovážné poloze a $\delta > \omega$
3. Kritický pohyb - oscilátor koná tzv. mezní aperiodický pohyb - v co nejkratším čase dosáhne rovnovážné polohy, $\delta = \omega$

2.2.1 Elektromagnetický lineární harmonický oscilátor

Elektromagnetický LHO představuje RLC obvod, tedy obvod složený z cívky, kondenzátoru a rezistoru. Během oscilací se nejprve vybíjí kondenzátor, cívku prochází proud a indukuje v ní magnetické pole. Po vybití kondenzátoru se magnetické pole začne hroutit a jeho změna v cívce indukuje napětí, v důsledku čehož se kondenzátor znovu nabije a celý cyklus se opakuje. Rezistor se při průchodu proudem zahřívá a odvádí tak postupně ze systému energii, čímž kmity tlumí.



Obrázek 1 Schéma cyklu LC obvodu

3 Praktická část

3.1 Stanovený úkol

Naším cílem bylo prozkoumat analogie mezi mechanickým a elektromagnetickým oscilátorem. Chtěli jsme ověřit závislosti frekvence na hmotnosti, tuhosti pružiny, kapacitě kondenzátoru a indukčnosti cívky.

3.2 Sestavení aparatury

K našemu pokusu s mechanickým LHO jsme využili vybavení školních laboratoří, konkrétně vzduchovou dráhu, kovové jezdce, různě těžká závaží a dva stojany. Jezdce jsme připevnili z obou stran pružinami ke stojanům. Pro elektromagnetický LHO byl použit osciloskop, generátor funkcí a nepájivé pole pro propojení jednotlivých součástí.

3.3 Měření

Měření jsme prováděli pomocí snímacího zařízení WTF JEKEJ JE TEN NÁZEV!!!, připojenému k počítači. Tento program nám snímal frekvenci kmitů našeho oscilátoru. Elektromagnetický oscilátor jsme budili krátkými obdélníkovými pulzy z generátoru funkcí o frekvenci 1 kHz.

4 Výsledky

4.1 Měření mechanického oscilátoru

4.1.1 Závislost frekvence na hmotnosti

Snažili jsme se experimentálně dokázat, zda se zvětšující se hmotností se bude frekvence oscilátoru zmenšovat dle vzorce:

$$\omega_0 = \frac{k}{m} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T},$$

Kde k je tuhost pružiny, m hmotnost jezdce, f je frekvence a T je perioda. Jezdec jsme vždy vychýlili ze středu na konstantní vzdálenost pro všechny pokusy. Poté jsme snímali polohu štítku upevněného na jezdcí pomoci přístroje NÁZEV SNÍMACÍHO PŘÍSTROJE. Zkoušeli jsme čtyři různé hmotnosti oscilátoru, při kterých jsme změřili polohu oscilátoru v čase. Hmotnosti se sčítají dle vzorce:

$$m_c = m_1 + m_2 + \dots + m_n.$$

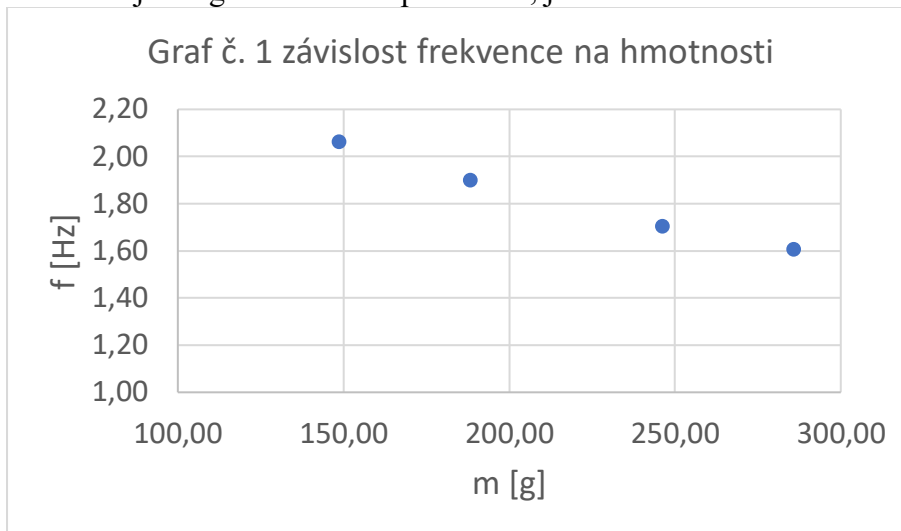
Tuhost pružiny pro nás byla v průběhu měření stejná, a to $k = 19,67 \pm 0,9 \text{ Nm}^{-1}$.

m [g]	f naměřená [Hz]	f teoretická [Hz]
148,68±0,005	2,06±0,01	2,59
188,14±0,01	1,90±0,01	2,30
246,22±0,015	1,70±0,01	2,01

285,68±0,02	1,61±0,01	1,87
--------------------	------------------	-------------

Tabulka 1 závislost frekvence na hmotnosti

V následujícím grafu můžeme pozorovat, jak se měnila frekvence s rostoucí hmotností.



Obrázek 2 závislost frekvence na hmotnosti

4.1.2 Závislost frekvence na tuhosti pružiny

Při tomto experimentu jsme chtěli ověřit, zda s klesající tuhostí pružiny bude klesat i frekvence oscilátoru. Tuhost oscilátoru jsme měnili tím, že jsme přidávali více pružinek sériově zapojených za sebou. Jelikož tuhost pružinek se sčítá stejně jako kapacita u kondenzátorů sčítáme je tedy podle vzorce

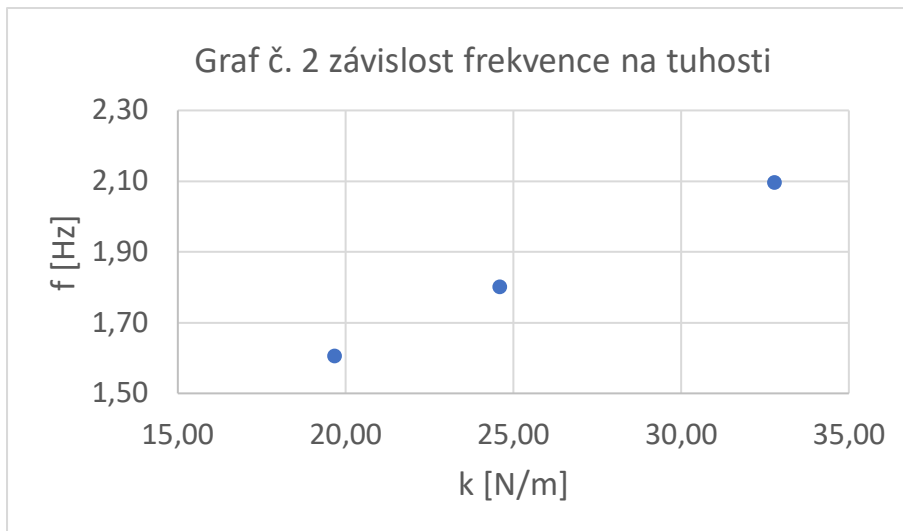
$$\frac{1}{k_c} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}.$$

Hmotnost oscilátoru byla v průběhu měření konstantní a to $m = 285,68 \pm 0,02 \text{ g}$.

k [N/m]	f naměřená [Hz]	f teoretická [Hz]
19,67	1,61±0,01	1,87
24,59	1,80±0,01	2,09
32,79	2,10±0,01	2,41

Tabulka 2 závislost frekvence na tuhosti

V následujícím grafu můžeme pozorovat, jak se měnila frekvence s rostoucí tuhostí.



Obrázek 3 závislost frekvence na tuhosti

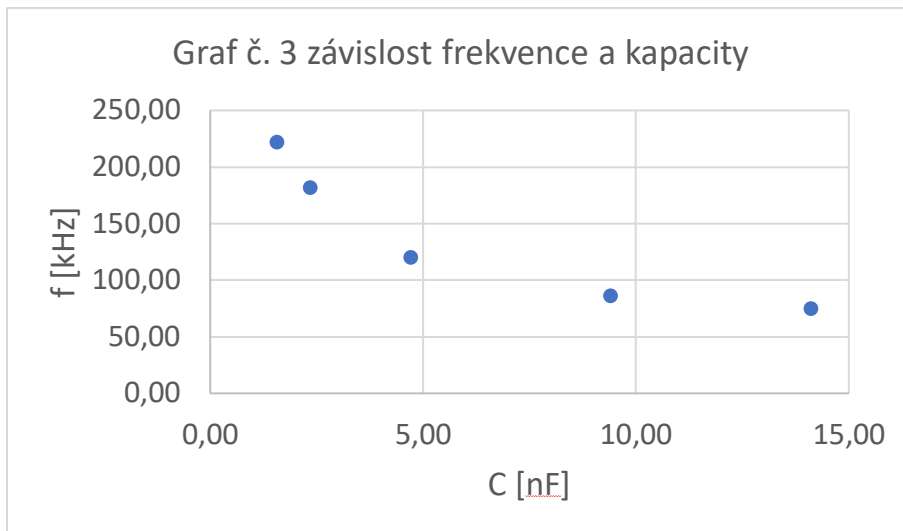
4.2 Měření elektrického oscilátoru

4.2.1 Závislost frekvence kapacity kondenzátoru

Při tomto experimentu jsme chtěli ověřit, zda s rostoucí kapacitou kondenzátoru bude klesat i frekvence oscilátoru. Teorie předpovídá, že platí $\omega_0 = \frac{1}{LC} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$. Kapacitu jsme měnili paralelním a sériovým zapojováním několika stejných kondenzátorů. Při paralelním zapojení se jednotlivé kapacity sčítají, při sériovém zapojení je převrácená hodnota výsledné kapacity součtem převrácených hodnot kapacit jednotlivých kondenzátorů. Indukčnost byla po celou dobu měření konstantní, $L=330 \mu H$

C [nF]	f naměřená [kHz]	f teoretická [kHz]
14,10	75,20	73,78
9,40	86,20	90,36
4,70	120,00	127,80
2,35	182,00	180,73
1,57	222,00	221,35

Tabulka 3 závislost frekvence na kapacitě



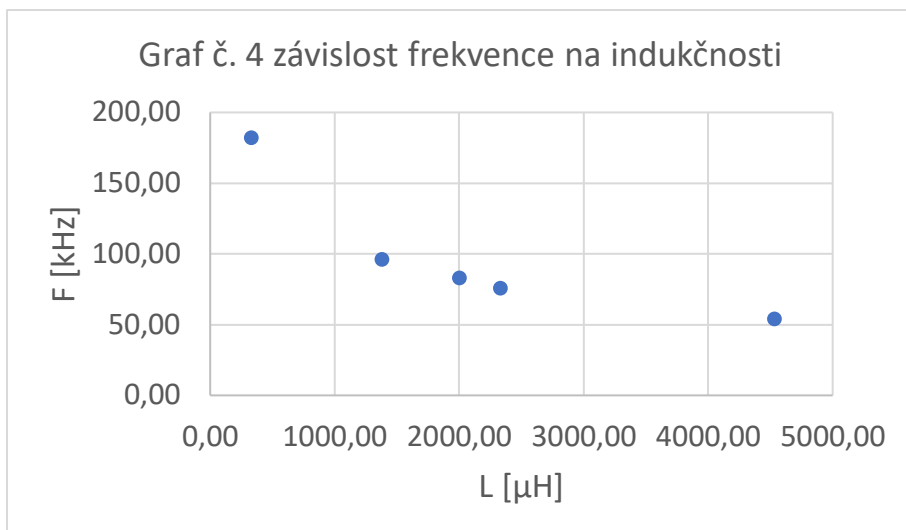
Obrázek 4 Závislost frekvence na kapacitě

4.2.2 Závislost frekvence na indukčnosti cívky

Při tomto experimentu jsme chtěli ověřit, zda s rostoucí indukčností cívky bude klesat i frekvence oscilátoru. Indukčnost jsme měnili paralelním a sériovým zapojováním několika stejných cívek. Při sériovém zapojení se jednotlivé indukčnosti sčítají, při paralelním zapojení je převrácená hodnota výsledné indukčnosti součtem převrácených hodnot indukčností jednotlivých cívek. Kapacita byla po celou dobu měření konstantní, $C = 2,35 \text{ nF}$

L [μH]	f naměřená [kHz]	f teoretická [kHz]
330,00	182,00	180,73
1380,00	96,10	88,38
2000,00	83,30	73,41
2330,00	75,70	68,02
5530,00	54,30	44,15

Tabulka 4 závislost frekvence na indukčnosti



Obrázek 5 Závislost frekvence na indukčnosti

4.3 Porovnání mechanického a elektromagnetického oscilátoru

Mechanický oscilátor		Elektromagnetický oscilátor	
okamžitá výchylka	y	okamžitý náboj	q
okamžitá rychlost	v	okamžitý proud	i
potenciální energie	E_p	elektrická energie	E_e
kinetická energie	E_k	energie magnetického pole	E_m
síla	F	elektrické napětí	u
hmotnost	m	indukčnost	L
tuhost pružiny	$k = \frac{F}{y}$	reciproká hodnota kapacity	$\frac{1}{C} = \frac{u}{q}$

Tabulka 4 porovnání veličin mechanického a elektrického oscilátoru

5 Shrnutí

V naší práci jsme se zabývali porovnáváním mechanického a elektromagnetického oscilátoru. Chtěli jsme najít analogie v jejich chování. Snažili jsme se experimentálně ověřit závislost frekvence oscilátoru na různých veličinách.

6 Poděkování

Poděkování patří Ing. Vojtěchu Svobodovi, CSc. za odborné rady a za zapůjčené pomůcky. Dále bychom rádi poděkovali panu Davidu Břeňovi, Ph.D. a panu profesorovi Ing. Goce Chadzitaskos, CSc. za inspiraci a naučné přednášky.

Reference

- [1] D. Břeň, Mechanika, <https://physics.fjfi.cvut.cz/studium/predmety/64-02mech>
- [2] D. Břeň, Ph.D. Mechanika-poznámky ze semináře, FJFI ČVUT (2018)