

KYVADLA PRO POKROČILÉ

M. ZACPAL, M. R. FIELD, K. GINCELOVÁ

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Břehová 7, 115 19 Praha 1

gincekri@fjfi.cvut.cz

Abstrakt

Chaotický systém je takový systém, který podle definice splňuje podmínku citlivosti na počáteční podmínky, musí být topologicky tranzitivní a periodické orbity musí být husté. Rozhodli jsme se zkoumat toto chování na systému dvojitěho a magnetického kyvadla s modelováním kmitavého pohybu v reálném čase. Náš experiment měl za cíl sestavit chaotický systém, zkoumat průběh kmitavého pohybu kyvadla a zjistit, zda se nám podařilo takový systém opravdu zkonstruovat.

1. Teoretický úvod

Počátky teorie chaosu můžeme datovat okolo roku 1890, kdy se ve studiích Henriho Poincarého objevuje zmínka o takzvaném problému pohybu tří těles. V těchto studiích zároveň popsal existenci neperiodických orbit kyvadla. V matematice a fyzice hovoříme o takzvané Teorii chaosu, která popisuje chování nelineárních dynamických systémů, které jsou citlivé na počáteční podmínky. V souvislosti s citlivostí na počáteční podmínky mluvíme o takzvaném deterministickém chaosu. Nelineární dynamické systémy mohou vykazovat několik druhů chování, podle kterého se dají klasifikovat. Například je to periodické, nebo chaotické chování, které dalo za vznik názvu teorii chaosu.

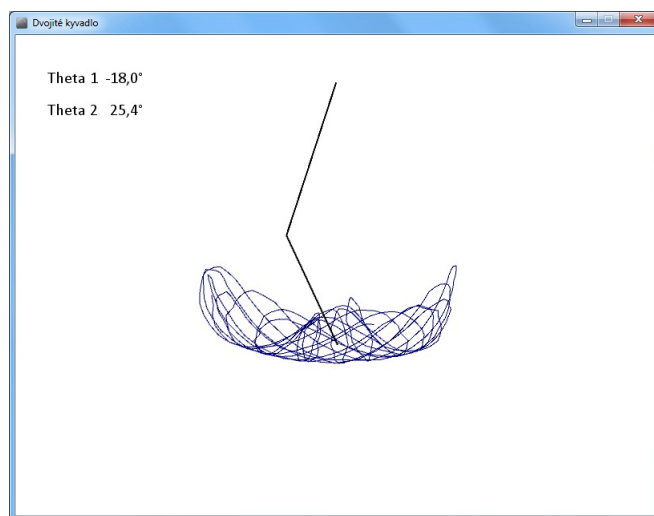
Chaotický systém musí splňovat tři základní vlastnosti a to citlivost na počáteční podmínky, topologickou tranzitivnost a periodickou hustotu orbit. Citlivost na počáteční podmínky znamená, že velmi malá změna počátečních podmínek dává odlišný výsledek a pro vytvoření identického obrazu pohybu je nutné zajistit naprosto shodné počáteční podmínky. Citlivost také charakterizuje exponenciální rozbíhavost dvou blízkých trajektorií ve fázovém prostoru. Topologická tranzitivnost je vlastnost chaotického systému, kdy aplikujeme transformaci na libovolný interval. Díky této vlastnosti dochází k roztáhnutí intervalu, až do doby, kdy dojde k překryvu druhého libovolného intervalu. Nejjednodušším příkladem chaotického systému je dvojitě kyvadlo. V našem projektu jsme sestavili dvojitě kyvadlo za účelem zkoumání chaotického systému.

Chaotický pohyb lze nejlépe zobrazit pomocí fázového diagramu, kdy každá osa diagramu označuje jednu dimenzi stavu kyvadla. Zobrazuje se tedy pozice kyvadla vůči jeho rychlosti. Pokud kyvadlo vykonává pohyb po uzavřené křivce, hovoříme o takzvaném pohybu po orbitě. V rámci chaotického pohybu také zavádíme pojem atraktory.

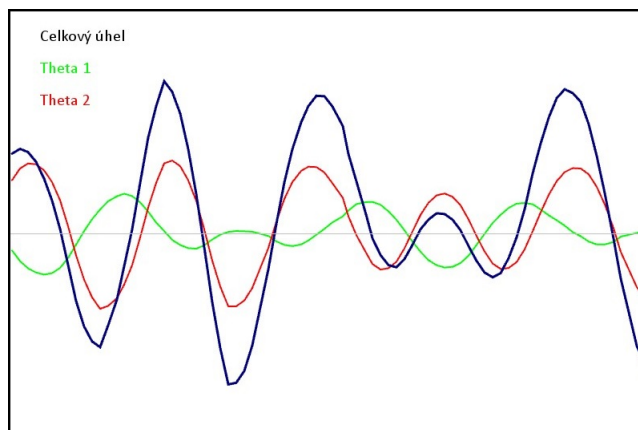
2. Popis dvojitěho kyvadla

Dvojitě kyvadlo sestává ze dvou závěsů - dřevěných hranolů, na spodním konci každého z nich je umístěno závaží. Délka horního závěsu $l_1 = (82,1 \pm 0,1)$ cm a délka dolního

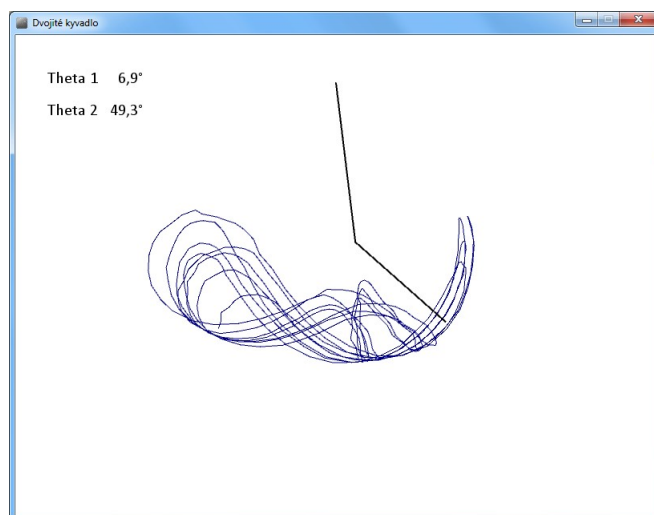
závěsu $l_2 = (77,4 \pm 0,1)$ cm. Osy kyvu jsou určeny kuličkovými ložisky osazenými do plechového uložení. Na každou z os je připojen jezdec potenciometru, kterým je detekována poloha horního ramene vůči základně (ϕ) resp. dolního ramene vůči hornímu (ξ). Potenciometry jsou zapojeny jako odporové děliče referenčního napětí 5 V. Výstupní napětí je přivedeno na desetibitové AD převodníky mikroprocesoru vývojové desky Arduino Ethernet. Tato hrubá data jsou zde načtena a pomocí protokolu Open Sound Control přenesena přes běžný domácí router a bezdrátové wifi spojení do počítače. Vizualizace dat je zpracována v programu vytvořeném pomocí vývojového prostředí Processing. Je možné téměř v reálném čase zobrazovat okamžitou polohu kyvadla (Obr. 1) a výchylku jednotlivých závěsů i celkovou výchylku (Obr. 2). Zároveň je možné data jednotlivých průběhů ukládat a následně zobrazit jednotlivě i současně. Na základě doporučení při prezentaci kyvadla jsme k těmto možnostem zobrazení přidali ještě vykreslení stavového prostoru kyvadla a provedli záznam desetisekundového průběhu při různých počátečních výchylkách.



Obrázek 1. Vykreslení okamžité polohy a průběhu kyvadla č.1 ($\phi = 0^\circ$ $\xi = 90^\circ$)



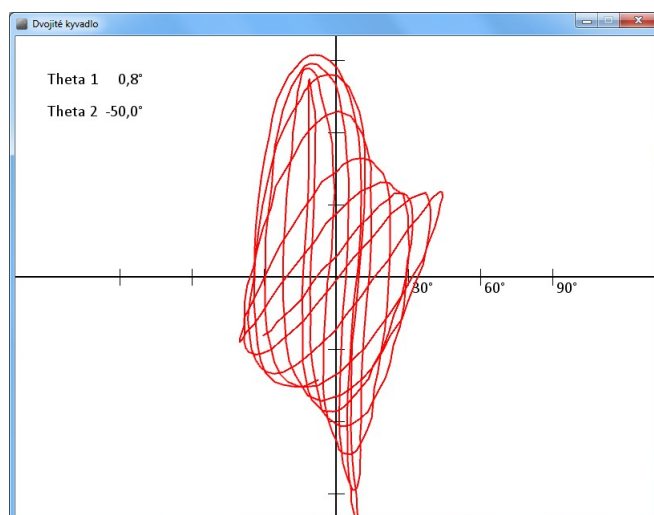
Obrázek 2. Záznam dílčích a celkové výchylky kyvadla



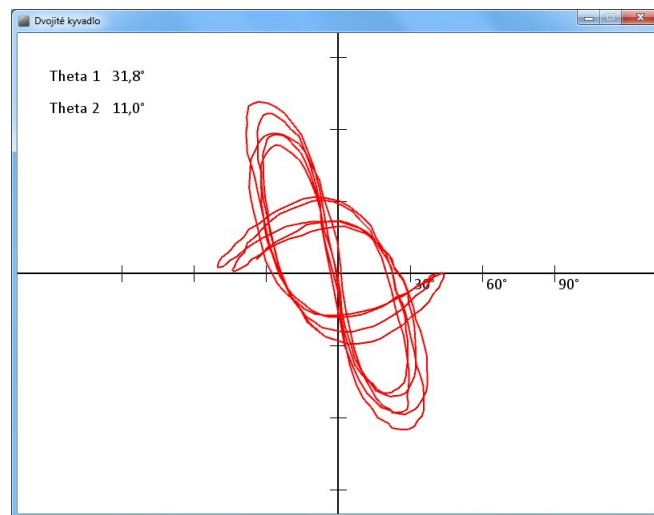
Obrázek 3. Vykreslení okamžité polohy a průběhu kyvadla č.2 ($\phi = 60^\circ \xi = 0^\circ$)

3. Výsledky

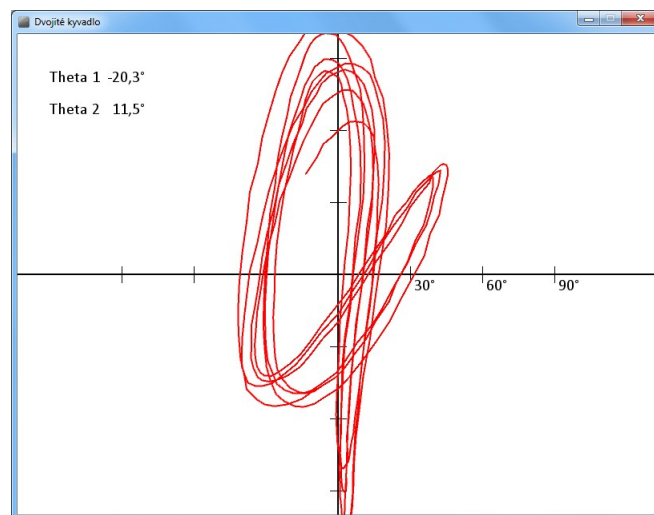
Úspěšně jsme zaznamenali průběh pohybu kyvadla a následně jsme zkoumali graf celkové výchylky kyvadla v čase. Pro určení vlastností kyvadla jsme zvolili několik různých počátečních výchylek a porovnali jsme jejich grafy. Za počáteční podmínky jsme zvolili vychýlení horního závěsu o 45° a výchylku dolního závěsu 0° (Obr. 4), vychýlení horního závěsu o 45° a výchylku dolního závěsu 45° (Obr. 5) a vychýlení horního závěsu o 60° a výchylku dolního závěsu 0° (Obr. 6). Průběh v závislosti na počáteční výchylce kyvadla se značně lišil, ale při nepatrných změnách počáteční výchylky byly průběhy téměř totožné. Z toho jsme usuzovali, že se nejedná o chaotický pohyb, protože mála změna v počátečních podmínkách neměla rozhodující vliv na celkový pohyb kyvadla, ale při pohledu na výkresy z fázového prostoru bylo možné zjistit, že naše kyvadlo je chaotickým systémem.



Obrázek 4. Graf ve fázovém prostoru č. 1 ($\phi = 45^\circ \xi = 0^\circ$)



Obrázek 5. *Graf ve fázovém prostoru č. 2 ($\phi = 45^\circ \xi = 45^\circ$)*



Obrázek 6. *Graf ve fázovém prostoru č. 3 ($\phi = 60^\circ \xi = 0^\circ$)*

4. Reference

- [1] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentals of physics, Wiley and Sons (1997), 1242 ISBN 8021418699
- [2] <http://arduino.cc/en/Reference/HomePage>
- [3] <http://www.processing.org/reference/>