

Fraktály

J. Minarčík

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Břehová 7, 115 19 Praha 1.

minarji2@fjfi.cvut.cz

Abstrakt

Cílem tohoto příspěvku bylo ukázat, že opravdovou krásu fraktálů můžeme ocenit jen tehdy, když pochopíme jakým způsobem jsou sestrojeny a seznámíme se s jejich význačnými vlastnostmi. Tuto myšlenku jsem se pokusil demonstrovat názornou ukázkou a popisem vzniku některých známých fraktálů a následným rozбором zajímavých vlastností, které u nich lze pozorovat.

1 Úvod

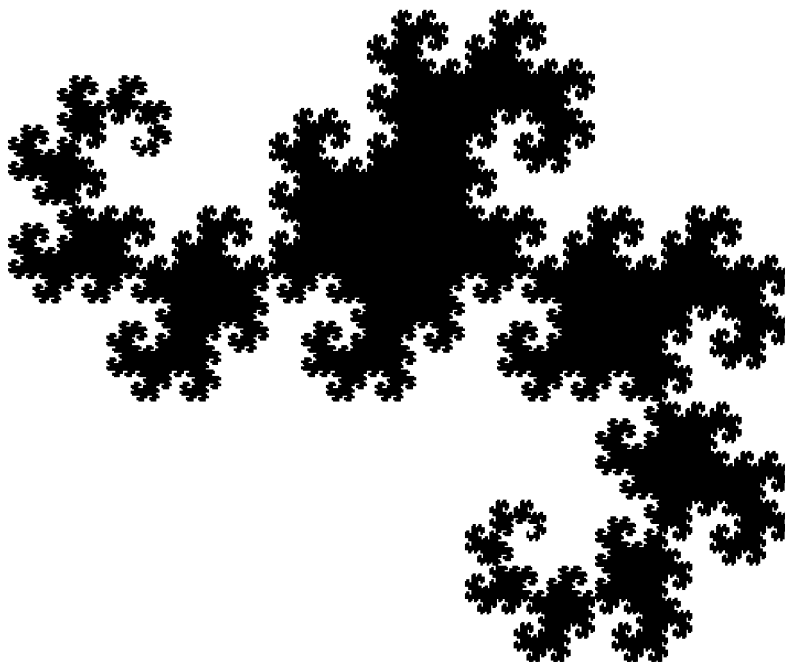
U geometrických objektů můžeme pozorovat tři základní typy symetrie (translační, rotační a reflexní). Fraktály mnohdy mají další typ symetrie, tzv. soběpodobnost. O nějakém objektu řekneme, že vykazuje soběpodobnost, když obsahuje části, které se podobají celku (nebo jsou dokonce totožné). Takovéto struktury můžeme nalézt i v přírodě a to na mnoha škálách (od bakteriálních kolonií v petriho misce až po větvičky se hřebeny hosrkých masivů). U těchto přírodních “fraktálů” se ale soběpodobnost nezachovává do nekonečna, nýbrž při přibližování postupně vymizí. Technicky řečeno tedy o fraktály nejde, protože u těch musíme pozorovat detaily na všech měřítkách. Doopravdy, kvůli fyzikálním omezením našeho světa, nelze žádný hmotný fraktál ani vyrobit. Přesto je však můžeme studovat a prozkoumávat jejich vlastnosti.

2 Typy fraktálů

Většina fraktálů je vytvořena pomocí jednoduchých algoritmů, které ale musíme opakovat nekonečněkrát. U náhodných fraktálů při každé iteraci měníme náhodně (v praxi pseudonáhodně) nějaké parametry, na kterých závisí, jak bude výsledný fraktál vypadat (např. měníme relativní délku větví u binárního pythagorejského stromu). Těchto metod se často využívá i praxi (při automatickém generování krajinných reliéfů v herních prostředích nebo k pokročilým filmovým efektům). Asi největší skupinu fraktálů si označíme matematickými. Tyto už jsou sestrojeny přesně, bez faktoru náhodné volby. Většinou se vyznačují tím, že navzdory jednoduché metodě vzniku jsou generovány velmi složité struktury s překvapivými vlastnostmi. Můžeme zde zařadit například Kochovu vložku, Serpinského trojúhelník nebo Kantorovo diskontinuum. Dalším zajímavým typem fraktálů jsou tzv. Peanovy křivky, které dokáží zaplnit každý bod v prostoru o vyšší dimenzi, než je jejich vlastní. (Mluvíme o dimenzi topologické, jejich tzv. fraktální dimenze je doopravdy vyšší, což je opravdové kritérium podle kterého rozlišujeme, zdali se jedná o fraktál.)

3 Dračí křivka

Způsobů jak sestavit dračí křivku je mnoho. Pro demonstraci jednoho z nich nám bude stačit třeba kousek papíru. Na papír se budeme dívat z profilu a budeme sledovat, co se s ním bude dít, když jej budeme postupně překládat na polovinu a následně jej rozložíme zpět tak, aby byly všechny úhly v ohybech rovny 90° . Při prvních několika iteracích nebudeme pozorovat nic obzvlášť zajímavého, ale postupem času zpozorujeme, že začíná vznikat jistý obrazec, který bude stále více připomínat dračí křivku, kterou si můžete prohlédnout na Obr.1. Jedná se o klasickou ukázkou toho, jaké zajímavé útvary mohou vznikat nekonečným opakováním jednoduchých kroků.



Obr. 1 Dračí křivka

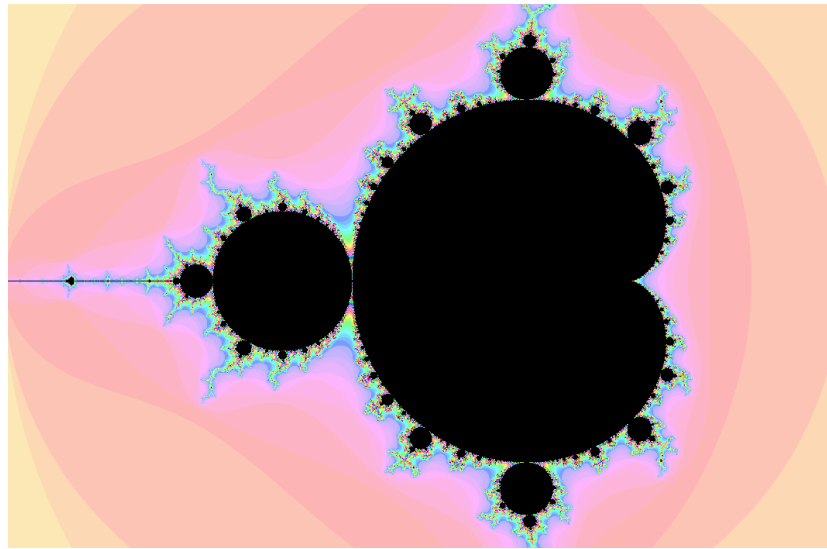
4 Juliovy množiny

Při tvorbě Juliových množin budeme muset využít jiný typ algoritmu. Začneme tím, že si vybereme nějaké komplexní číslo a označíme si jej C . Následně vytvoříme komplexní posloupnost zadanou rekurzivní rovnicí ve tvaru $Z_{n+1} := Z_n^2 + C$ a budeme sledovat, jak bude záviset limita této posloupnosti na hodnotě prvního členu Z_1 . Pokud bude limita rovna nule, najdeme bod, který koresponduje s hodnotou Z_1 v gaussově rovině a označíme si jej černě. Pokud bude limita rovna ∞ , tak tento bod označíme barvou, kterou zvolíme na základě rychlosti, se kterou bude posloupnost růst. Tímto postupem získáme nekonečně mnoho obrázků (pro každou zvolenou konstantu C jeden).

5 Mandelbrotova množina

Asi nejznámějším fraktálem je tzv. Mandelbrotova množina, kterou při studiu Juliových množin objevil zaměstnanec IBM, Benoît Mandelbrot. Je generována stejným algoritmem jako množiny Juliovy, ale nyní už

budeme místo prvního členu posloupnosti Z_1 měnit parameter C a Z_1 položíme automaticky roven nule. Dostaneme tak pouze jeden obrázek, jakousi mapu všech Juliovyých množin. Při zkoumání této množiny s různými hodnoty přiblížení objevíme velice rozmanitou paletu obrazců, které často vykazují soběpodobnost.



Obr. 2 Mandelbrotova množina

6 Reference

- [01] MANDELBROT, B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman, 1983.
- [02] MANDELBROT, B. B. *Fractals the Art of Roughness*. Dostupné z: http://www.ted.com/talks/benoit_mandelbrot_fractals_the_art_of_roughness.html.
- [03] JERSEY, Bill (24 April 2005). "A Radical Mind". *Hunting the Hidden Dimension*. NOVA/ PBS. Retrieved 20 August 2009.
- [04] WEISSTEIN, Eric W. *Fractal*. From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/Fractal.html>.
- [05] LIEBOVITCH, Larry S. SHEHADEH, Lina A. *Introduction to Fractals*. Dostupné z: <http://www.nsf.gov/>.
- [06] CLARKE, Arthur C. *The Colours of Infinity*. Films for Humanities and Sciences (1997).