

# Simulace mechaniky tuhých těles v reálném čase

Lukáš Pohanka

FJFI ČVUT, 2010

# O co se vlastně jedná?

- Numerická řešení X real-time simulace
- Přímá interakce se soustavou tuhých těles
- Prostředí s platnými fyzikálními zákony
  
- Zastupuje pracnou animaci ve filmech a grafických aplikacích
- Dokáže okamžitě reagovat na změny podmínek a interakce

# Newtonovská mechanika

- Většina úhol lze řešit použitím základních principů mechaniky
- Vystačíme si s translací a rotací

	Translační pohyb	Rotační pohyb
Poloha	$r$	$\varphi$
Rychlost	$v = dr / dt$	$\omega = d\varphi / dt$
Zrychlení	$a = dv / dt$	$\varepsilon = d\omega / dt$
Hmotnost	$m$	$I$
Síla	$F = ma$	$M = r \times F = I \cdot \varepsilon$
Hybnost	$p = mv$	$L = r \times p = I \cdot \omega$
Energie	$T = 0,5mv^2$	$T = 0,5I\omega^2$

# Numerické integrační metody

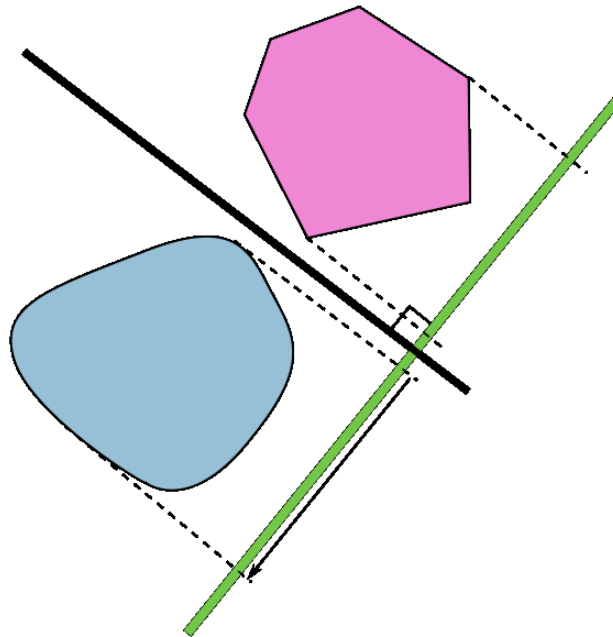
- Nelze integrovat spojitě – je nutné použít některou z numerických integračních metod
- Ne každá numerická metoda je vhodná pro real-time simulaci
- *Eulerova integrační metoda*
  - Nejzákladnější, lze jednoduše implementovat, velká chyba
- *Verletova integrační metoda*
  - Kompromis mezi složitostí a chybou
- *Metoda Runge-Kutta*
  - Nejmenší chyba
- Energetický drift

# Detekce kolizí


- Nutné hlídat systém těles a vytvářet reakce na jejich srážky
- Spíše matematická úloha
  
- Detekce kolizí může paradoxně sebrat více cyklů než samotná simulace

# SAT

- „*Separating Axis Theorem*: Necht' jsou dány 2 konvexní útvary. Potom existuje taková přímka, na které jsou projekce těchto útvarů disjunkttní právě tehdy, když neexistuje průnik těchto útvarů.“



# Konvexní vs. nekonvexní

- SAT lze použít jen pro konvexní útvary
  - Pro nekonvexní útvary je třeba sáhnout k tzv. AABB nebo OBB
  - AABB = „Axis-Aligned Bounding Box“
  - OBB = „Oriented Bounding Box“
- 
- Lze také použít Point-in-Polygon Test (Cramerovo pravidlo)

# Reakce na kolizi

- Reakce těles na kolizi je už opět čistě fyzikální problém
- Nelze použít nekonečně malý impuls síly
- Je třeba přímo upravit vektory rychlostí
- Nutno také započítat rotační účinek srážky

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}_1^A &= \mathbf{v}_1^A + \frac{j}{M^A} \vec{n} \\ \mathbf{v}_1^B &= \mathbf{v}_1^B + \frac{j}{M^B} \vec{n} \end{aligned} \right\} = -e \mathbf{v}_1^{AB} \cdot \vec{n}$$

$$(\mathbf{v}_2^A - \mathbf{v}_2^B) \cdot \vec{n} = -e (\mathbf{v}_1^A - \mathbf{v}_1^B) \cdot \vec{n}$$

$$\omega_1^A = \omega_1^A + \frac{\mathbf{r}_{\perp}^{AP} \cdot j \vec{n}}{I^A}$$

$$\omega_1^B = \omega_1^B + \frac{\mathbf{r}_{\perp}^{BP} \cdot j \vec{n}}{I^B}$$

$$j = \frac{-(1+e) \mathbf{v}_1^{AB} \cdot \vec{n}}{\vec{n} \cdot \vec{n} \left( \frac{1}{M^A} + \frac{1}{M^B} \right)}$$



# PhysBox, PhysLib

- Všechny výpočty provádí PhysLib
- PhysBox pouze uživatelské rozhraní
- Každé těleso si nese „akumulátor“ sil a momentů sil.
- V příslušném simulačním kroku dostáváme kinematické veličiny
- Eulerova integrační metoda => velká energetická odchylka
- Detekce kolizí konvexních útvarů pomocí SAT
- V případě nekonvexních útvarů nahrazení geometrie OBB
- Aplikace SAT i na OBB

# Moment setrvačnosti

- Problém nalezení momentu setrvačnosti pro obecný rovinný útvar
- Steinerova věta

$$I = \frac{m}{6} \frac{\sum_{n=1}^{N-1} \|\vec{P}_{n+1} \times \vec{P}_n\| (\vec{P}_{n+1}^2 + \vec{P}_{n+1} \cdot \vec{P}_n + \vec{P}_n^2)}{\sum_{n=1}^{N-1} \|\vec{P}_{n+1} \times \vec{P}_n\|}$$

# Odkazy a literatura

- Program včetně zdrojových kódů:  
<https://github.com/NumberFour8/PhysBox>
- Seznam použité literatury:
  - ŠTOLL, CSc., Doc. Ing. Ivan. Mechanika. Praha : ČVUT, 1995. 208 s.
  - MOCNÝ, Ondřej. Real-time fyzikální simulace pro mobilní zařízení. Praha, 2009.60 s. Bakalářská práce. MFF UK.
  - HECKER, Chris. Rigid Body Dynamics. In Rigid Body Simulation [online]. New York : Game Magazine, 1996 [cit. 2010-12-14].  
Dostupné z WWW: <[http://chrishecker.com/Rigid\\_Body\\_Dynamics](http://chrishecker.com/Rigid_Body_Dynamics)>.
  - Příspěvatelé Wikipedie. Numerické řešení obyčejných diferenciálních rovnic [online], Wikipedie: Otevřená encyklopedie, 2008 [cit. 2010-12-14].  
Dostupné z WWW: <[http://cs.wikipedia.org/wiki/Numerické\\_řešení\\_obyčejných\\_diferenciálních\\_rovnic](http://cs.wikipedia.org/wiki/Numerické_řešení_obyčejných_diferenciálních_rovnic)>.