

Bernoulliho rovnice a její aplikace

A. Brus, M. Donovalová, Š. Novotný

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Břehová 7, 115 19 Praha 1
novotste@fjfi.cvut.cz

Abstrakt

Mohlo by se zdát, že pohyb v naší atmosféře bude podobný tomu, který bychom mohli pozorovat ve vakuu, ale není tomu tak. Právě Bernoulliho rovnice nám usnadňuje popis těchto odchylek, ale i všech záležitostí kolem proudících tekutin.

1 Bernoulliho rovnice

Bernoulliho rovnice je důležitý vztah používaný v hydrodynamice a aerodynamice, který je matematickým vyjádřením zákona zachování mechanické energie v ustáleném vodorovném toku kapaliny nebo plynu.

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = konst.$$

Bernoulliho princip lze aplikovat na různé typy proudění tekutin, což má za následek to, co je volně označeno jako Bernoulliho rovnice. Ve skutečnosti existují v různých formách pro různé typy toků. V nejjednodušší podobě je Bernoulliho princip platný pro většinu nestlačitelných toků a také pro stlačitelný tok (plyny).

Bernoulliho princip odpovídá principu zachování energie. Ten uvádí, že součet všech forem energie je stejný ve všech bodech. To vyžaduje, aby součet kinetické energie a potenciální energie zůstal konstantní.

2 Daniel Bernoulli



Obr. 1: Daniel Bernoulli [1]

Daniel Bernoulli se narodil v roce 1700 a patří k největším matematikům a fyzikům v dějinách. Významně přispěl k rozvoji newtonovské mechaniky, položil základy hydrodynamiky a vytvořil první kinetickou teorii plynů.

Narodil se v holandském Groningenu, mládí strávil v Basileji a v r. 1721 dokončil studium medicíny. Byl nejen mimořádně nadaný, ale také všestranný a nevynechal snad žádnou z oblastí přírodních věd.

Bernoulli jako první významně zdokonalil diferenciální počet objevený Newtonem a Leibnizem, a využil ho pro řešení nejrůznějších fyzikálních problémů. Také položil základy nového matematického oboru, zvaného variační počet.

V Basileji se spřátelil s Leonardem Eulerem, o 7 let mladším švýcarským geniálním matematikem. V r. 1725 obdržel Bernoulli pozvání z Ruska a stal se profesorem matematiky v nově zařízené petrohradské Akademii věd.

Daniel Bernoulli byl jediný velký učenec v Petrohradu. Zabýval se zde nejen matematikou, ale i biologií, a proslul i jako vynikající lékař. V r. 1733 Bernoulli z Ruska odešel, cestoval a přednášel matematiku, fyziku, anatomii a botaniku na univerzitách v rodném Groningenu a v Basileji. Zasazoval se o rozšíření newtonovské mechaniky v Evropě a sám vyřešil řadu základních fyzikálních problémů.

Za své práce obdržel mimo jiné i deset cen francouzské Akademie.

Jeho stěžejní dílo *Hydrodynamica* vyšlo r. 1738. Shrnuje zde své výsledky experimentálního i teoretického studia kapalin, včetně proslulé Bernoulliho rovnice, která popisuje proudění tekutin. Touto prací položil základy celého nového oboru fyziky - hydrodynamiky. V dodatku ke knize se věnoval i plynům. Jako jeden z mála evropských učenců Bernoulli věřil, že se plyny skládají z částic a vytvořil vůbec první kinetickou teorii plynů. Považoval plyny za pružnou kapalinu z částic, a pro jejich popis použil teorii pravděpodobnosti. Vůbec poprvé v dějinách vědy se mu tak podařilo odvodit z úvah o mikroskopické struktuře plynů makroskopické rovnice popisující jejich chování při změnách tlaku a teploty. Touto teorií však dalece předstihl svou dobu a nenašel v celé Evropě odezvu. Příčinou byl odpor většiny evropských vědců k částicové atomistické koncepci hmoty. Bernoulliho teorie plynů musela čekat na své znovuobjevení dalších 100 let.

Daniel Bernoulli zemřel 17. března 1782.

3 Dynamický vztlak

Vznik dynamického (aerodynamického, hydrodynamického) vztlaku lze vysvětlit pomocí několika fyzikálních principů. Asi nejzákladnějším způsobem vysvětlení je třetí Newtonův zákon, podle kterého na těleso (např. křídlo) působí reakční síla vůči síle, kterou těleso při pohybu působí na okolní vzduch. O něco komplikovanějším vysvětlením je zdůvodnění vztlaku rozdílem tlaků na horní a dolní plochu křídla, který vzniká z rozdílných rychlostí proudění vzduchu nad horní a pod dolní plochou křídla (v místě rychlejšího proudění je nižší tlak – hydrodynamický paradox), což je způsobeno asymetrickým tvarem křídla.

4 Venturiho efekt, Magnusův jev, Flettnerův rotor

Venturiho efekt (nebo hydrodynamický či aerodynamický paradox) - pojmenován po Giovannim Battistovi Venturim (1746-1822), italském fyzikovi. Označuje skutečnost, že tlak v proudící kapalině je nepřímo úměrný rychlosti proudění kapaliny – neboli že v užší části trubice, kde kapalina proudí rychleji, má kapalina menší tlak. Tekutina musí zvýšit rychlost přes zúžení - uspokojit rovnici kontinuity - zatímco jí poklesne tlak (musí kvůli zachování energie) získaná kinetická energie je vyvážená poklesem tlaku. Rovnici pro pokles tlaku díky Venturiho efektu může být odvozena z kombinace Bernoulliho principu a rovnice kontinuity. Efektu se prakticky využívá např. u rozprašovačů či karburátorů.

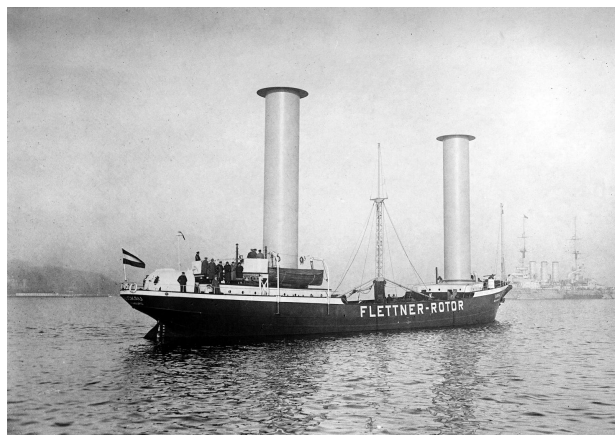
Magnusův jev - vznik boční síly při obtékání rotujícího tělesa proudícím plynem nebo kapalinou. Pojmenován je po německém vědci G. H. Magnusovi. První zmínka o tomto jevu ale pochází už z roku 1672 od Isaaca Newtona, kterého zaujal při pozorování hráčů tenisu. Jev je významný zvláště ve vnější balistice. K jeho výzkumu přivedla Magnuse otázka, proč po výstřelu dělostřelecké granáty uhýbají i za bezvětří. Popsán je pomocí Kutta-Žukovského věty. Jev se projevuje u mnoha sportů, kde ovlivňuje dráhu míče (kopaná, tenis, golf aj.), ale třeba i u rotujících střel. Na tomto jevu je založeno fungování Flettnerova rotoru.

Flettnerův rotor - rotující válec využívající Magnusův jev. Může být použit na lodích podobně jako plachta. Poprvé jej použil pro pohon lodi ve dvacátých letech 20. století jeho vynálezce Anton Flettner.

Flettnerova pokusná loď (Obr. 3) byla vybavena dvěma 18 m vysokými rotory a vynálezce s ní v roce 1926 překonal Atlantik.

Byly prováděny i pokusy s letadlem vybaveným Flettnerovým rotorem jako nosnou plochou. Pokusy o využití Flettnerova rotoru pro nejrůznější aplikace se čas od času objevují znovu.

Princip: Boční vítr obtékající rotující Flettnerovy válce ("plachty") vytváří při vhodném směru otáčení podtlak na přední straně válce a tím vyvolává dopředný pohyb lodi. Výhodou tedy má být jednoduchost ovládní proti klasickým plachtám, a zároveň použití mnohem menších motorů k rotaci válců než by bylo zapotřebí k samotnému pohonu lodi lodním šroubem.



Obr. 2: Loď Buckau s Flettnerovými rotory [2]

5 Kutta-Žukovského věta

Kutta-Žukovského věta tvoří základ aerodynamiky. Je pojmenována po německém vědci M. W. Kuttovi a ruském vědci N. J. Žukovském (anglicky Joukowski), kteří se tímto problémem zabývali na počátku 20. století.

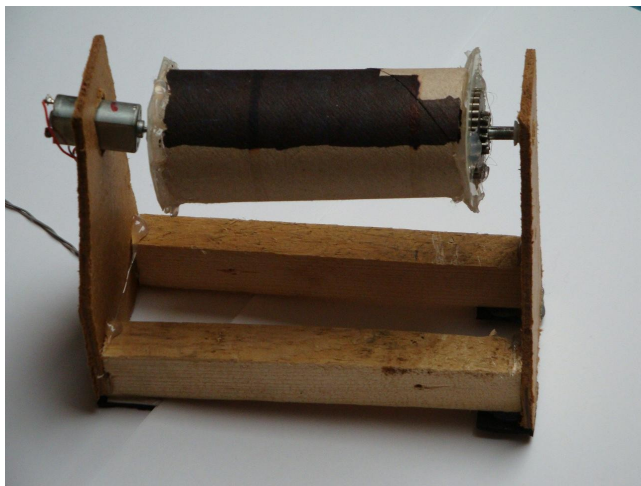
Popisuje vztláčnou sílu, která působí na nekonečně dlouhý rotující válec při pohybu v tekutině - $l = \rho V \Gamma$.

Dává do poměru vztláčnou sílu na jednotku délky válce, rychlost proudění V (nebo rychlost pohybu válce v tekutině), hustotu tekutiny ρ a „cirkulaci“ Γ – ta se dá vyjádřit jako křivkový integrál rychlosti tekutiny v blízkém okolí povrchu. Dá se ale uplatnit třeba i na křídlo.[3]

6 Náš pokus

Pomocí našeho pokusu jsme chtěli dokázat existenci vztláčné síly, která působí na rotující válec v proudícím plynu. Rotaci válce z kartonu jsme zajistili vysokootáčkovým modelářským elektromotorkem. Rychlé proudění

jsme vytvářeli pomocí vysavače. Přítomnost vztláčné, popř. přítlačné síly jsme pozorovali pomocí přesných digitálních vah.



Obr. 3: Použité experimentální zařízení

Poděkování

Rádi bychom zde poděkovali NASA Glenn Research Center za to, že přehledně, stručně a srozumitelně přiblížili aerodynamiku, ale i ostatní oblasti letectví, široké veřejnosti.

Reference

- [1] Wikimedia Commons, <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Danielbernoulli.jpg>
- [2] Wikimedia Commons, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Buckau_Flettner_Rotor_Ship_LOC_37764u.jpg
- [3] Glenn Research Center, Lift of rotating cylinder, <http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/bga.html>