

Měření měrného náboje elektronu

L. Chytka*, P. Linhart**

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, Břehová 7, 115 19 Praha 1

*ladislav.chytka@seznam.cz, **look.2@seznam.cz

Abstrakt

Cílem našeho experimentu bylo určit hodnotu běžně využívané konstanty e/m (měrného náboje elektronu – poměru náboje elektronu k jeho hmotnosti). Využili jsme chování nabitých částic v magnetickém poli – kolmém a podélném – a naměřili jsme hodnoty $e/m = (1,868 \pm 0,015) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ při měření v podélném magnetickém poli a $e/m = (1,68 \pm 0,02) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$ v poli kolmém. Pro srovnání, tabulková hodnota je $e/m = 1.758\,820\,150 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$.

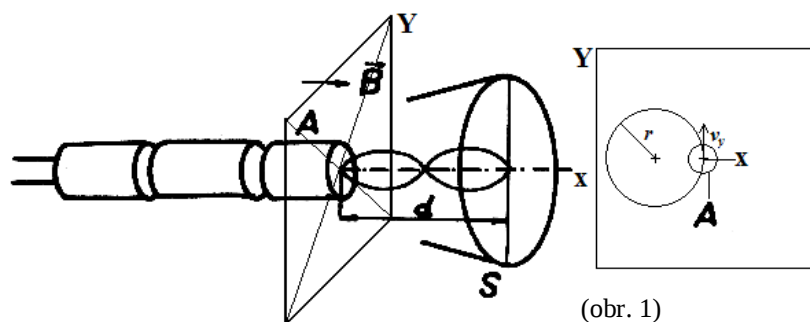
1 Úvod

Jednou z možných metod určení měrného náboje elektronu je pozorování chování této částice v magnetickém poli. Vlivem působení magnetického pole se trajektorie elektronu zakříví. Studium zakřivení lze při vhodném sestavení aparatury na základě výpočtů tuto fundamentální konstantu snadno stanovit. Uvážíme-li síly, které mohou zakřivení trajektorie způsobit, snadno rozmyslíme, že se jedná o sílu Lorentzovu a vlivem zakřivení trajektorie také o sílu dostředivou. V námi provedeném experimentu jsme stanovovali e/m pomocí dvou metod vycházejících z rovnosti výše uvedených sil, v samotném principu byly však metody značně odlišné. V našem experimentu jsme ke stanovení e/m použili metodu měření v kolmém a podélném magnetickém poli.

2 Měření e/m v podélném magnetickém poli

Měření e/m v podélném magnetickém poli je založeno na účinku podélného magnetického pole na divergující svazek elektronů vyletujících z anody osciloskopické obrazovky. Tato obrazovka je vsunuta do solenoidu, který nám umožní vytvořit v cílce magnetické pole podélné s osou solenoidu x (obr. 1). Anodu opouštějí elektrony s rychlostí, jejíž vektor není zcela rovnoběžný s vektorem magnetické indukce. Uvažujeme tedy, že elektrony mají rychlost v_x rovnoběžnou s vektorem magnetické indukce a rychlost v_y kolmou na vektor mag. indukce. Rychlost v_y je však pro každý elektron odlišná. Trajektorie ležící v rovině Y^1 kolmé na osu x jsou vlivem Lorentzovy síly zakřiveny do tvaru kružnic. Složíme-li tedy posun elektronů podél osy x s oběhem po kružnici, bude výslednou trajektorií spirála, viz (obr. 1). Jak dále ukážeme, nezáleží na rychlosti v_y s jakou elektron anodu opustí, aby perioda T oběhu po kružnici v rovině Y byla stejná. Z toho ovšem vyplývá, že se elektrony díky stejné rychlosti v_x , na kterou byly urychleny vysokým napětím U_n , po době T potkají v 1 bodě. Naším cílem je tedy seřadit hodnotu napětí U_n a proudu I v aparatuře tak, abychom dosáhli setkání elektronů právě na stínítku.

¹ Zde dochází k jisté nedůslednosti, neboť elektrony se samozřejmě nepohybují pouze v rovině Y , ale také ve směru osy x . Je zde myšlen průmět trajektorií elektronů do roviny Y .



A...anoda
S...stínítko

(obr. 1)

2.1 Vztahy použité k výpočtu

Jak již bylo zmíněno v úvodu, vycházíme z rovnosti síly Lorentzovy a síly dostředivé. Dále vyjádříme periodu oběhu T :

$$\frac{mv_y^2}{r} = Bev_y \quad v_y = \frac{Ber}{m} \quad T = \frac{2\pi r}{v_y} \quad T = \frac{2\pi}{\frac{Be}{m}} \quad (v.1)$$

kde e , m , v_y , jsou v daném pořadí náboj elektronu, hmotnost, složka rychlosti kolmá na vektor magnetické indukce B , a r je poloměr spirály po promítnutí do roviny Y . Určíme složku rychlosti v_x ze vztahu pro výpočet kinetické energie:

$$\frac{1}{2}mv_x^2 = U_n e \quad v_x = \sqrt{\frac{2U_n e}{m}} \quad (v.2)$$

Dále víme, že vzdálenost stínítka od anody je d . Nastavíme-li aparaturu tak abychom na stínítku osciloskopické obrazovky viděli zaostřený bod, bude pak vzdálenost d rovna:

$$d = v_x \cdot T \quad (v.3)$$

Dosazením vztahů v.1 a v.2 do vztahu v.3 dojdeme k výsledku

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_n p^2}{B^2 d^2} \quad (v.4)$$

kde velikost magnetické indukce B lze pro solenoid spočítat jako:

$$B = \mu_0 \frac{N}{l'} I \quad (v.5)$$

kde l' je délka solenoidu, μ_0 je permeabilita vakua a I proud procházející solenoidem.

Právě pomocí proudu I a vysokého napětí U_n připojeného na osciloskopickou obrazovku jsme dokázali zaostřit bod na stínítku, a odečíst hodnoty U_n a I , při kterých nastala fokuzace. Fokuzaci hledáme pro různé hodnoty U_n a I a poté dosazením do (v.4) určíme velikost e/m .

3 Měření v kolmém magnetickém poli

Měření měrného náboje elektronu v kolmém magnetickém poli je založeno na měření poloměru kružnice, kterou vytvoří svazek elektronů při vhodném nastavení aparatury. Aparatura sestává s katodové trubice Leybold-Heraeus umístěné mezi Helmholtzovy cívky. Systém elektrod v katodové trubici vytváří úzký svazek elektronů, který je následně vychylován magnetickým polem vytvořeným Helmholtzovými cívkami. Trubicí natočíme tak, aby svazek elektronů vyletoval kolmo na směr vektoru magnetické indukce. Tím docílíme kýženého tvaru trajektorie – kružnice.

Katodovou trubicí připojujeme na žhavicí napětí – 6,3 V střídavého napětí – a na napětí urychlovací – v našem případě 200-350 V stejnosměrného napětí. Helmholtzovy cívky připojujeme na zdroj stejnosměrného proudu. Tento proud jsme měnili v rozmezí 1,5-2,5 A.

Měrný náboj elektronu pak určíme z rovnosti síly Lorentzovy a síly dostředivé:

$$\frac{mv^2}{r} = evB \quad (\text{v.6})$$

kde m, v, e jsou hmotnost, rychlost a náboj elektronu, r je poloměr kružnice a B je velikost magnetické indukce. Rychlost elektronu určíme ze vztahu pro kinetickou energii elektronu:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad (\text{v.7})$$

kde U je urychlovací napětí. Vzhledem k tomu, že urychlovací napětí nastavujeme v rozmezí 200-350 V, můžeme zanedbat relativistické jevy. Rychlost elektronu tedy je:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \quad (\text{v.8})$$

Zbývá tedy určit velikost magnetické indukce. Ta je pro Helmholtzovy cívky dána vztahem:

$$B = \mu_0 \frac{NR^2}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} I = kI \quad (\text{v.9})$$

kde μ_0 je permeabilita vakua, N počet závitů cívky, R poloměr cívky, $2a$ vzdálenost cívek od sebe a I proud přiváděný do cívek. V naší použité aparatuře bylo $N = 130$ závitů, $R = 15$ cm a $2a = 15$ cm. Permeabilita vakua $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Vyjde nám tedy:

$$k = \mu_0 \frac{NR^2}{(R^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} = 7,81 \cdot 10^{-4} \text{ T} \cdot \text{A}^{-1} \quad (\text{v.10})$$

Dosadíme-li nyní (v.8) a (v.9) do (v.6) dostaneme po úpravě finální vztah:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 k^2 I^2} \quad (\text{v.11})$$

kam za k dosadíme hodnotu, která nám vyšla v (v.10).

4 Naměřené výsledky

U [V]	I [A]	B [T]	e/m [C/kg]
500	3,275	0,0019082	$1,74868 \cdot 10^{11}$
500	3,45		
500	3,25		
550	3,375	0,0019369	$1,86697 \cdot 10^{11}$
550	3,4		
550	3,35		
600	3,5125	0,0020206	$1,87147 \cdot 10^{11}$
600	3,5		
600	3,55		
650	3,625	0,0020899	$1,89512 \cdot 10^{11}$
650	3,65		
650	3,65		
700	3,8	0,0021760	$1,88261 \cdot 10^{11}$
700	3,775		
700	3,8		
750	3,9	0,0022525	$1,88237 \cdot 10^{11}$
750	3,925		
750	3,95		

U [V]	I [A]	r [m]	e/m (C/kg)
200	1,5	0,042	$1,65225 \cdot 10^{11}$
200	1,75	0,035	$1,74802 \cdot 10^{11}$
200	2	0,031	$1,70598 \cdot 10^{11}$
200	2,25	0,028	$1,65225 \cdot 10^{11}$
250	1,5	0,049	$1,51738 \cdot 10^{11}$
250	1,75	0,04	$1,67291 \cdot 10^{11}$
250	2	0,035	$1,67291 \cdot 10^{11}$
250	2,25	0,031	$1,68492 \cdot 10^{11}$
300	1,5	0,05	$1,74875 \cdot 10^{11}$
300	1,75	0,044	$1,65908 \cdot 10^{11}$
300	2	0,037	$1,79633 \cdot 10^{11}$
300	2,25	0,033	$1,78425 \cdot 10^{11}$
350	1,75	0,047	$1,69638 \cdot 10^{11}$
350	2	0,042	$1,62644 \cdot 10^{11}$
350	2,25	0,037	$1,65587 \cdot 10^{11}$

Tab. 2 Měření v kolmém mag. poli

U [V]	I [A]	B [T]	e/m [C/kg]
800	4,025	0,0023243	1,88583.10 ¹¹
800	4,0625		
800	4,0625		
850	4,2	0,0023912	1,89306.10 ¹¹
850	4,15		
850	4,15		
900	4,275	0,0024629	1,88935.10 ¹¹
900	4,3		
900	4,3		

Tab. 1 Měření v podélném magnetickém poli

Z naměřených hodnot jsme následně vypočítali průměrné hodnoty. Měrný náboj elektronu při měření v podélném magnetickém poli nám vyšel:

$$\frac{e}{m} = (1,868 \pm 0,015) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

V kolmém magnetickém poli pak:

$$\frac{e}{m} = (1,68 \pm 0,02) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Při měření v podélném magnetickém poli byla odchylka e/m od tabulkové hodnoty způsobena kromě nepřesnosti přístrojů také nemožností přesného stanovení proudu a napětí, při kterém nastala fokuzace. V kolmém magnetickém poli pak byla odchylka způsobena aparaturou znemožňující přesné určení poloměru kružnice.

Reference

- [1] Kolektiv autorů, *Electron charge to mass quotient*, <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme>
- [2] Kolektiv katedry fyziky, *Fyzikální praktikum II: Měrný náboj elektronu*, Skriptum FJFI, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1989
- [3] I. Štoll, *Elektrina a magnetismus*, Skriptum FJFI, Vydavatelství ČVUT, Praha, 2003, 171-179