

Obliehacie stroje stredoveku – Trebuchet

V. Pejchal*, J. Šoltés**

Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská ČVUT v Praze, Břehová 7, 115 19 Praha 1

*venco@zoznam.sk, **kurrius@zoznam.sk

Abstrakt

Článok sa zaoberá jedným z najpozoruhodnejších a najničivejších stredovekých obliehacích strojov – gravitačným katapultom, známym tiež pod menom trebuchet. Jeho korene, na rozdiel od iných obliehacích mechanizmov (balista, onager, atď.) známych v Európe už od staroveku, nachádzame na ďalekom východe. V článku sa dočítate viac o histórii trebuchetu, budete oboznámení s fyzikálnym popisom tohoto zariadenia a v závere prebehne konfrontácia nameraných výsledkov dosiahnutých nami zostrojeným modelom gravitačného katapultu s ich teoretickým odhadom.

1 História

Idea vynálezu gravitačného katapultu nevznikla na rozdiel od iných v stredoveku využívaných obliehacích strojov v antickom grécku, ale pochádza z Číny a siaha do obdobia 5. storočia pr.n.l. Nápad sa vyvinul z už v praveku využívaného praku. Nejednalo sa pritom o trebuchet využívajúci potenciálnu energiu ťažkého protizávažia, ale mechanizmus bol uvádzaný do pohybu prostredníctvom mnoho krát aj desiatok mužov, ktorí ťahaním za laná „nahrádzali“ pád protizávažia, čo umožňovalo katapultáciu projektilu. Jednalo sa o tzv. trakčný trebuchet. Jeho dostrel presahoval 100 metrov pri katapultovanom závaží s hmotnosťou cca 60 kg.

Na niekoľko storočí sa vytratil z historických materiálov zmienky o trakčnom trebuchete. Objavuje sa až v 6. storočí n.l. v Byzancii a na Blízkom východe a v priebehu ďalších storočí na Veľkej Morave a v Škandinávii.

Zmienky o trebuchete využívajúcom protizávažie pochádzajú až z konca 12. storočia z dôb križiackych výprav. Kde boli využité pri dobývaní mesta Acra trebuchety „God's own Catapult“ a „Bad Neighbor“, ktoré dosahovali dostrel 300 metrov pri katapultovaní niekoľkých projektilov s hmotnosťou 50-100 kg. Najväčší anglický katapult „Warwolf“ z roku 1304, postavený na príkaz anglického kráľa Eduarda I., slúžil na demonštráciu sily anglickej armády. V priebehu storočí prechádzal trebuchet vývojom, pričom v 15. storočí vznikli vo Francúzku katapulty schopné strieľať závažia s hmotnosťou aj 800 kg. Paradoxom je návrat trebuchetu do krajiny jeho pôvodu Číny v 13. storočí, keď tvoril jednu zo zložiek mongolskej armády počas invázie Mongolov.

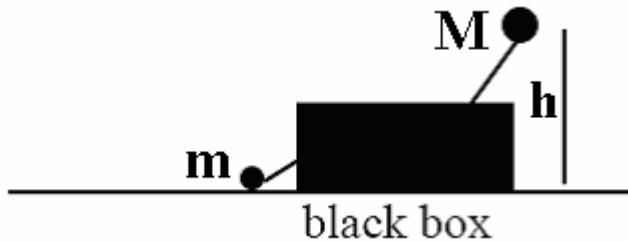
Trebuchet možno považovať aj za jednu z prvých biologických zbraní v histórii, keď pri obliehaní boli miesto kameňov katapultované telá mŕtvych zvierat alebo ľudí, nakazených morom, choleroou prípadne inou nemocou, alebo telá zabitých brániacich vojakov slúžiace k demoralizácii súperu.

S nástupom novoveku a príchodom pušného prachu, éra trebuchetov upadala a boli často nahrádzané delami. Napriek tomu našli svoje uplatnenie aj v 19. storočí počas napoleonských vojen.

2 Fyzika trebuchetu

„Black Box“

Je to idealizovaný prípad kedy sa nezaobráme samotným mechanizmom katapultu, a uvažujeme o tom že sa všetka potenciálna energia “ťažkého” telesa preniesie na kinetickú energiu katapultovaného telesa.



obr. 1 Black Box

Platí zákon zachovania mechanickej energie:

$$E_p = E_k$$

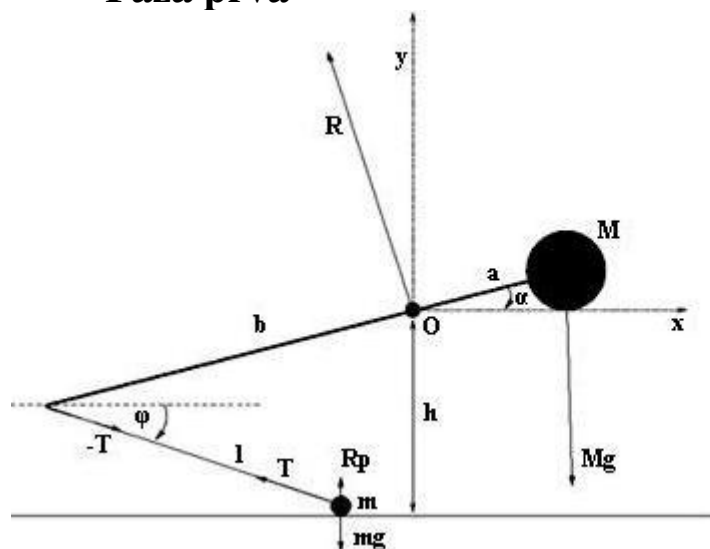
$$d = 2 \frac{M}{m} h$$

Zo vzťahu je vidieť, že samotný dostrel katapultu nezávisí na gravitačnom zrýchlení a teda náš katapult by mal mať rovnaký dostrel aj na Mesiaci.

Pri parametroch nášho katapultu by sme v tomto ideálnom prípade dostrelili 140 m.

Ďalej sa budeme zaoberať samotným mechanizmom a pokúsime sa matematicky popísať pohyb katapultu. Rozdelíme ho do troch fáz. V prvej sa bude katapultované teleso pohybovať po podložke iba v smere osy x, v druhej sa katapultové teleso oddelí od položky a nakoniec v tretej fáze sa už bude pohybovať po parabole šikmého vrhu.

Fáza prvá



O	pevná os
M	ťažké závažie
m	katapultované (ľahké) závažie
g	ťažové zrýchlenie
T	ťahová sila vo vlákne
mg	ťažová sila pôsobiaca na ľahké závažie
Mg	ťažová sila pôsobiaca na ťažké závažie
R	reakčná sila pôsobiaca na os
Rp	reakčná sila pôsobiaca na katapultované teleso
a	dĺžka tyče od osi po ťažké závažie
b	dĺžka tyče po ľahké závažie
h	výška osi otáčania
l	dĺžka lanka

Obr. 2 Fáza 1

Ťažisko “ťažkého“ telesa opisuje časť kružnice so stredom otáčania v bode O. V prvej fáze sa katapultované teleso pohybuje po podložke smerom vzad vzhľadom k smeru samotného “výstrelu“ teda iba v smere osy x.

$$\begin{aligned} X &= a \cos \alpha \\ Y &= -a \sin \alpha \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x &= -b \cos \alpha + l \cos \varphi \\ y &= b \sin \alpha - l \sin \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

Zároveň platí podmienka pre pohyb katapultovaného telesa iba v smere osy x t.j. $b \sin \alpha - l \sin \varphi = -h$. A uhol nadobúda v situácii keď je “ťažké” teleso nad osou x záporné hodnoty.

Pohybové rovnice pre katapultované teleso m:

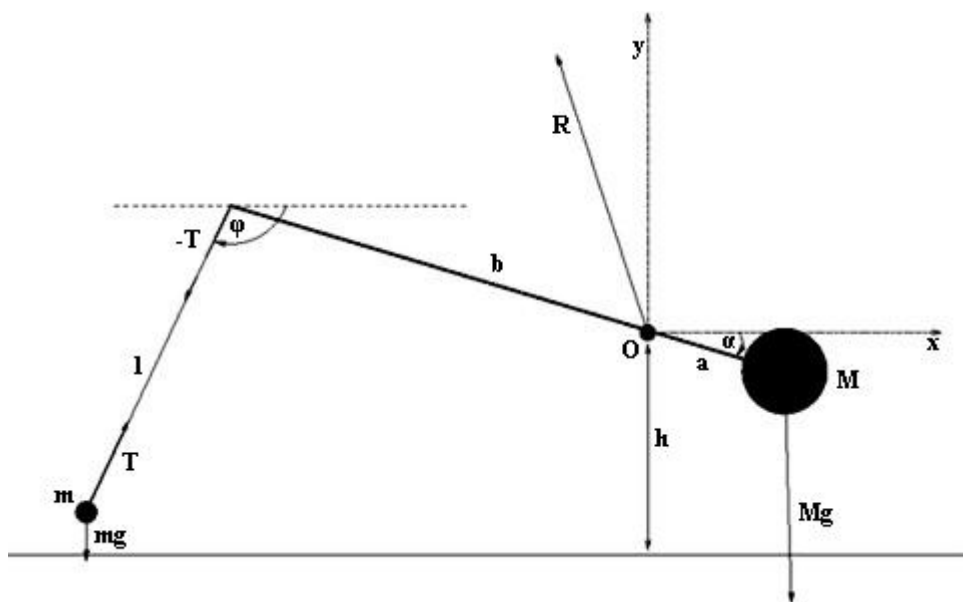
$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -T \cos \varphi \\ m\ddot{y} &= -mg + T \sin \varphi + Rp \\ \ddot{y} &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Pohybové rovnice pre „ťažké“ teleso M (II. Veta impulzová vzhľadom k bodu O):

$$Ma^2 \ddot{\alpha} = Mga \cos \alpha - Tb \sin(\varphi - \alpha) \quad (4)$$

Numerickým riešením rovníc (3) (4) získame počiatočné podmienky.

Fáza druhá



Obr. 3 Fáza 2

V druhej fáze pohybu zostávajú v platnosti vzťahy (1) a (2). V tejto fáze sa už katapultované teleso pohybuje po trajektórii získanej riešením rovníc (5) až (7).

Pohybové rovnice pre katapultované teleso m:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -T \cos \varphi \\ m\ddot{y} &= -mg + T \sin \varphi \end{aligned} \quad (5)$$

Pohybové rovnice pre „ťažké“ teleso M (I. veta impulzová):

$$\begin{aligned} M\ddot{X} &= R_x + T \cos \varphi \\ M\ddot{Y} &= R_y - T \sin \varphi - Mg \end{aligned} \quad (6)$$

Pohybové rovnice pre „ťažké“ teleso M (II. veta impulzová (vzhľadom k bodu O)):

$$Ma^2\ddot{\alpha} = Mga \cos \alpha - Tb \sin(\varphi - \alpha) \quad (7)$$

Numerickým riešením rovníc (5) až (7) získame informácie o systéme ako tvar trajektórie, rýchlosti jednotlivých súčastí katapultu, atď.

Fáza tretia

Tretia fáza je už len otázkou vonkajšej balistiky. Po samotnom katapultovaní sa teleso (m) pohybuje po balistickej krivke. Ak zanedbáme odpor vzduchu, pre dostrel katapultu platí vzťah z rovnice šikmého vrhu (v_0 je počiatočná rýchlosť a θ je elevačný uhol).

$$d = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$$

Modelovaný katapult je svojimi rozmermi optimalizovaný tak, aby katapultované teleso vstupovalo do tretej fázy pohybu (šikmého vrhu) s ideálnym elevačným uhlom teda $\pi/2$.

3 Zhrnutie

V našich modelovaných pokusoch činil dolet $d = 15$ m, a katapultované teleso dosiahlo výšku 5 m. Účinnosť modelu vzhľadom na prípad „black box“ je $\eta = 12\%$ (najväčšie straty vznikajú v samotnom mechanizme nami modelovaného katapultu).

Pod'akovanie

Ďakujeme našim rodinám a známym za neustálu podporu a Ing. Vojtěchovi Svobodovi, CSc. a jeho kolegom z fyzikálneho praktika za pomoc pri zostavení modelu katapultu a za možnosť prezentovať náš experiment na fyzikálnom seminári.

Referencie

- [1] Jiří Bartoš, Pavel Konečný, Gravitačný katapult, http://kdf.mff.cuni.cz/veletrh/sbornik/Veletrh_08/08_11_Bartos.html
- [2] Donald B. Siano, Trebuchet Mechanics, <http://www.algobeautytreb.com/trebmath35.pdf>
- [3] Trebuchet, <http://en.wikipedia.org/wiki/Trebuchet>
- [4] GlobalSpec Games, <http://www.globalspec.com/trebuchet/>