

Fraktály

P. Kozubíková*, J. Černý**, M. Fraňek***, D. Léwová****

Fakulta Jaderná a Fyzikálně Inženýrská, Břehová 7, 115 19, Praha 1

*kozubikp[zavinac]centrum[tecka]cz, **cernyhonza[zavinac]gmail[tecka]com,

franas[zavinac]seznam[tecka]cz, *vlew[zavinac]volny[tecka]cz

Abstrakt

Fraktály jsou geometrické objekty které se vyznačují tím, že každá libovolně malá část se podobá celku. Podle způsobu jakým je tvoříme se dají rozdělit na IFS fraktály, polynomické fraktály, Juliovy množiny a L-systémy. Jejich praktické využití je možné například při předpovědi počasí.

1 Úvod

Fraktální geometrie je vědní disciplína která se začala rozvíjet koncem šedesátých let dvacátého století. Za jejího objevitele je dnes považován Benoit B. Mandelbrot, který jako první definoval pojem fraktál. Používání fraktálů můžeme sice pozorovat u umělců a vědců i v dřívějších dobách, nikomu se však nepodařilo fraktály dostatečně dobře popsat, proto je za zakladatele fraktální geometrie považován právě Mandelbrot.

2 Tělo příspěvku

2.1 Topologická a Hausdorfova dimenze

Běžná geometrická tělesa se dají popsat pomocí jistého konečného počtu parametrů jako je délka, plocha ale také počet rozměrů, tedy dimenze daného útvaru. U většiny běžných objektů je dimenze celé číslo které říká kolik souřadnic potřebujeme pro jednoznačné určení bodu v tomto tělese. Ukazuje se ale, že pro fraktální geometrii není tato topologická dimenze příliš vhodná, proto se používá Fraktální neboli Hausdorfova dimenze. Fraktální dimenze pro běžné útvary je rovna jejich topologické dimenzi, ale pro fraktály to nemusí být ani celé číslo, vyjadřuje totiž kromě počtu rozměrů také celkovou složitost útvaru. Hausdorfova dimenze se spočítá podle vzorce

$$D = \frac{\log N}{\log \frac{1}{s}}$$

kde D je dimenze, s je přesnost s jakou objekt zobrazujeme (tedy vlastně délka nejmenší změřitelné části) a N je délka objektu. Teď když víme co je to fraktální dimenze, můžeme konečně definovat pojem fraktál:

”fraktál je množina či geometrický útvar, jejíž Hausdorffova dimenze je (ostře) větší než dimenze topologická”.

2.2 IFS fraktály

Mezi nejznámější IFS fraktály patří Kochova vložka nebo Sirpinského trojúhelník. Tyto fraktály vznikají následujícím způsobem: použijeme nějaký základní útvar (například úsečku), na tento objekt aplikujeme předem danou sadu pravidel (rozděl úsečku na tři stejné části, nad prostřední nakresli rovnostranný trojúhelník a pak ji smaž) výsledkem těchto úprav bude objekt který se skládá z určitého počtu částí které jsou zmenšenu kopií původního celku, na tyto části znovu aplikujeme pravidla která jsme použili na původní objekt a po nekonečném počtu kroků vznikne IFS-fraktál (Kochova křivka).

2.3 Polynomické fraktály

Polynomické fraktály se vytvářejí mapováním oblastí přitažlivosti pro různá řešení nelineárního systému. V soustavě souřadnic testujeme hodnoty, které jsou řešením zadané rovnice. Takto získané body pak znovu použijeme jako konstanty a rovnici a řešíme znovu, dokud nedosáhneme požadované přesnosti.

2.3.1 Juliovy množiny

Jedná se o polynomické fraktály jenž jsou zadány rovnicí $z = z^2 + c$, kde z je komplexní proměnná a c je komplexní konstanta která ovlivňuje výsledný tvar množiny, a to tak že i pro velmi blízké hodnoty c se může výsledná množina velice lišit.

2.3.2 Mandelbrotova množina

Mandelbrotova množina se vytváří podle stejného vzorce jako Juliovy množiny $z_1 = z_0^2 + c$, počátečním bodem je nula, c je pozice vykreslovaného bodu. Tuto množinu objevil v 70. letech Benoit Mandelbrot, když se pokoušel najít něco jako katalog Juliovy množin, každý bod Mandelbrotovy množiny totiž určuje vzhled množiny Juliovy, která odpovídá danému bodu. Jinou množinu získáme když exponent 2 nahradíme jiným třeba i reálným číslem, pokud použijeme číslo komplexní vznikne velice složitý útvar zasahující do 4 rozměrů.

3 Shrnutí

Přestože na první pohled vypadají fraktály jako čistě teoretická záležitost bez praktického využití, v poslední době se ukazuje, že velké množství fyzikálních jevů má fraktální charakter, jako například Braunův pohyb, nebo problém tří těles. V blízké době by se fraktální geometrie mohla velice dobře uplatnit v počítačové grafice. S tím jak stoupá výkonost počítačů, stoupá i jejich schopnost zobrazovat stále detailnější objekty. Problém ale nastává při zadávání uchovávání tak velkého množství dat a právě fraktální geometrie je řešením tohoto problému.

Poděkování

Chtěli bychom poděkovat ing. Vojtěchu Svobodovi za organizaci fyzikálního semináře a Jiřímu Voltrovi za program na prohlížení afinních fraktálů.

Reference

- [1] P. Tišnovský, *Fraktály v počítačové grafice.*, <http://www.root.cz/serialy/fraktaly-v-pocitacove-grafice//>. 2005.
- [2] M. Hinner, *Jemný úvod do fraktálů.*, <http://www.penguin.cz/~mhi/math/Fraktaly//>. 1999.