

SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVITY JAKO PŘÍKLAD JEDNODUCHÉHO POUŽITÍ MATEMATICKÉHO APARÁTU VE FYZICE .

Autoři : Pavel Svora , Zdeněk Sypták

Obsah : 1. Úvod problému

2. Lineární algebra - α : Lorentzovy transformace

β : Skládání rychlostí

3. Myšlenkový experiment pružně srážejících se koulí

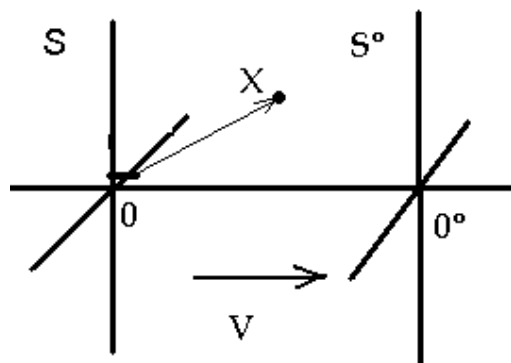
4. Matematická analýza – slavný vztah $E = mc^2$

5. Shrnutí .

Literatura : Feynmanovy přednášky z fyziky I , (ad 3.) .

✂ . Tým autorů si především klade otázku jak lehce lze vyjadřovat reálné děje v matematické mluvě fyziky . Jen z letmého prozkoumání skript FJFI není určité všem zřejmé jak je fyzika lehká ! Proto se daných příkladech pokusíme odhalit krásu a hloubku jednoduchých fyzikálních zákonů . Při jejich odhaleních bude používat všem známé počty a logické konstrukce , které budou tak jasné , jako kupecké počty staré báby z pavlačových domů !

Veškeré dění ve vesmíru je závislé na tom jak si popíšeme děje pomocí vztažné souřadnicové soustavy . Speciálním případem jsou soustavy , které se pohybují rovnoměrným přímočarým pohybem . A platí , že všechny fyzikální děje pozorované z jedné inerciální soustavy jsou rovnocenné dějům pozorovaným v ostatních inerciálních soustavách . To znamená , že je lze popsat v jednotlivých inerciálních soustavách stejným matematickým pravidlem a toto pravidlo nemění svůj základní tvar . Další fyzikální předpoklad se vztahuje na omezenost rychlostí ve vesmíru . A říká nám , že existuje konečná rychlost ve vesmíru , která je nezávislá na volbě souřadnicové soustavy . Tj. je konstantní .



Obrázek číslo 1 .

Obrázek ukazuje dvě vztažné inerciální soustavy , přičemž S^0 se pohybuje vzhledem k S rychlostí v . Bod X lze vyjadřovat jak v S^0 , tak v S pomocí jejich souřadnic .

2. LINEÁRNÍ ALGEBRA ..odvození Lorentzovy transformace a skládání rychlostí

Vše vyplývá z obrázku č. 1 .

$$\begin{aligned}
 x &= (x' - vt') \alpha \\
 x' &= (x + vt) \alpha && \text{vynásobím mezi sebou obě rovnice .} \\
 x x' &= (x' - vt') (x + vt) \alpha^2 && \text{Z obrázku vidím vyslané signály z počátků .} \\
 &&& \text{Za čas } t = t' \text{ urazí dráhu } c t . \\
 ctct' &= (ct' - vt') (ct + vt) \alpha^2 \\
 \alpha^2 &= c^2 / (c^2 - v^2) \\
 \alpha &= + 1 / (1 - (v/c)^2)^{1/2} \quad , \text{ protože záporná hodnota nedává po dosazení u} \\
 &&& \text{rychlosti správný fyzikální výsledek .}
 \end{aligned}$$

a je tedy $x = (x' - vt') / (1 - (v/c)^2)^{1/2}$ a $t = x/c$
 $t = (x'/t - vt'/c) / (1 - (v/c)^2)^{1/2}$

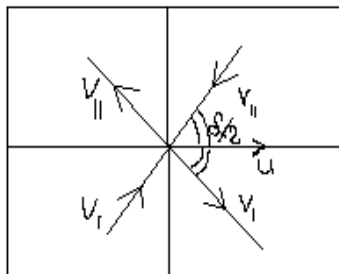
a pro skládání rychlostí platí

$$\begin{aligned}
 x/t &= (x' - vt') / (t' - vx'/c^2) \\
 u &= (u' - v) / (1 - (v/c)^2)
 \end{aligned}$$

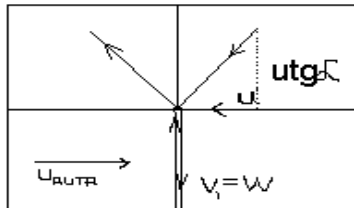
3 . JAK ZÁVISÍ HMOTNOST NA RYCHLOSTI ?



Představme si dokonale pružnou srážku částic 1 a 2 , které mají rychlosti v_1 a v_2 a úhel mezi směry rychlostí je α . Částice mají stejné hmotnosti .



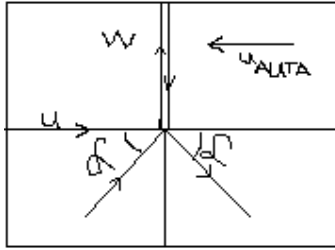
Na srážku se můžeme dívat v pootočené soustavě souřadnic. Vektor rychlosti 2 lze rozložit vertikální a horizontální složky. Horizontální je $u \operatorname{tg} \alpha$. Vertikální je u .



Jede li ve směru v_1 auto rychlostí u . Je patrné , že úhly u částice se zmenší ... $\alpha/2$ přejde na α . A směr pohybu částice 1 se bude jevit jako kolmý ke směru pohybu auta .

Položím $v_1 = w$ a bude mě zajímat čemu je rovna horizont. složka částice 2 .

Abych zjistil čemu se rovná w budu uvažovat , že auto poje - de z opačné strany stejnou rychlostí .



Zde je změna horizont. složky rovna $\Delta p = 2m_w w$.
Musí být stejná jako u částice 1, jinak by neplatil zákon zachování energie! A proto ze zákona zachování hybností plyne pro částici 1 vztah (je vidět, že u tg $\alpha = w$):

$$\Delta p = 2 m_u w (1 - (v/c)^2)^{1/2} \quad (\text{horizont. složka}).$$

Je tedy $m_w w (1 - (v/c)^2)^{1/2} = m_u w$

$$m_u = m_w / (1 - (v/c)^2)^{1/2}$$

V limitním přechodu dostanu známé indexy!

Když w se blíží k 0 potom u se blíží k v !

7. EKVIVALENCE MEZI ENERGIÍ A HMOTNOSTÍ - INTEGROVÁNÍ

Při práci vydáváme energii. To je zřejmé. Tato práce je úměrná posunutí tělesa v prostoru a síle na těleso působící.

$$dW = F ds$$

$$dW = (dp/dt) ds, \quad p = mv, \quad ds/dt = v,$$

$$dW = d(mv) v, \quad d(mv) = v dm + m dv,$$

$$dW = v^2 dm + v m dv,$$

V dalším postupu je dobré využít závislost hmotnosti na rychlosti

$$m(1 - (v/c)^2)^{1/2} = m_0$$

$$m^2 c^2 - c^2 v^2 = m_0^2 c^2$$

derivuji podle m (m_0 konst):

$$2m c^2 dm = 2m v^2 dm$$

$$c^2 dm = v^2 dm$$

derivuji podle v :

$$2m^2 v dv = 0$$

$$m v dm = 0$$

A proto mohu přepsat dW jako:

$$dW = c^2 dm \quad \text{po integraci v mezích } m_0 \text{ až } m:$$

$$W = mc^2 - m_0 c^2 \quad \text{a práci ztotožním s kinetickou energií (zřejmé),}$$

$$T_k = E - T_0$$

$$E = T_k + T_0 \quad \text{což je zákon zachování celkové energie soustavy!}$$

7. SHRUTÍ

Dokázali jsme, že fyzikální vztahy nemusí být vždy složité po stránce matematické tak fyzikální. Jen si stačí správně uvědomovat co lze a co nelze definovat jako základ pro novou fyzikální teorii.