

Úvod do Chaotiky

Autoři:

Michal Nevrkla

Jirka Michalík

Peter Pida

Obsah přednášky

- Co je chaos?
- Atraktory dynamických systémů
- Fraktály
- Chaos v nás a kolem nás
- Simulace dvojného kyvadla

Co je chaos?

- Svět popsáný jednoduchými zákony nemusí být jednoduchý. Tento fenomén - když z jednoduchých rovnic dostáváme složité výsledky - se nazývá chaos.

||

∨

- Chaos slouží k popisování nepravidelných a složitých systémů v čase a prostoru. (např. pohyb kapalin, systém 3 těles, vývoj počasí a klimatu)
- Myšlenka chaosu se opírá o následující tvrzení:
 - 1) Malé změny v systému mohou způsobit velké fluktuace.
 - 2) Nelze přesně určit stav nějakého systému (polohy a rychlosti jednotlivých atomů ap.)
 - 3) Naopak je jednoduché popsat chování systému jako celku.

Chaos - rovnováha mezi řádem a náhodou

Systém	Řád	Chaos	Náhoda
Příklad	Hodiny, planety	Mraky, počasí	Mouchy v televizi
Předpovídatelnost	Vysoká	Konečná, na krátkou dobu	Žádná
Efekt malých chyb	Malý	Exponenciálně narůstající	Žádný
Dimenze	Konečná	Malá, neceločíselná	Nekonečná
Kontrola	Lehká	Obtížná	Velmi obtížná
Atraktor	Bod, kruh, křivka	Fraktál	Neexistuje

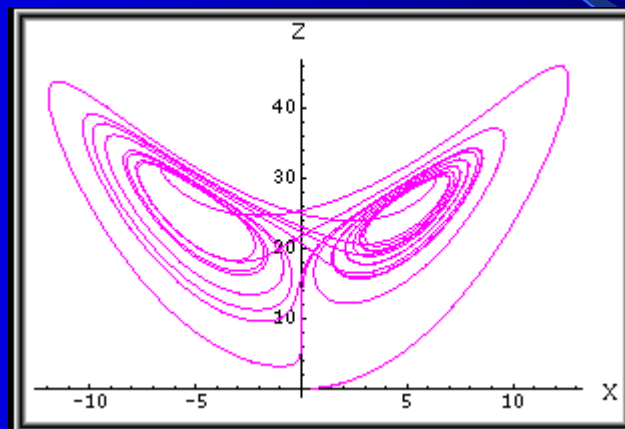
Atraktory dynamických systémů

- Atraktor ... jakákoliv množina, kam jeví jakékoliv jiné těleso tendenci směřovat či se v něm trvale pohybovat

Těleso	Atraktor
Hmotný bod v tíhovém poli	Bod
Planety obíhající kolem slunce	Uzavřená křivka (např. Elipsa)
Oscilátor ve fázovém prostoru	Kružnice

- Pro složité nelineární systémy je atraktorem většinou fraktál – „křivka“ o nekonečné délce obsažena v konečném prostorovém objemu, viz. dále.
- Zjištěno Edwardem Lorenzem při počítání zjednodušeného modelu počasí

Lorenzův atraktor



Fraktály

- Do nekonečna členitelné geometrické útvary
- Jsou SOBĚPODOBNÉ – členitost při zvětšování měřítka zůstává podobná struktuře menších zvětšení.
- Mají neceločíselnou dimenzi – Hausdorfova dimenze pro většinu soběpodobných množin platí:

$$\text{dim} = \log(n) / \log(k),$$

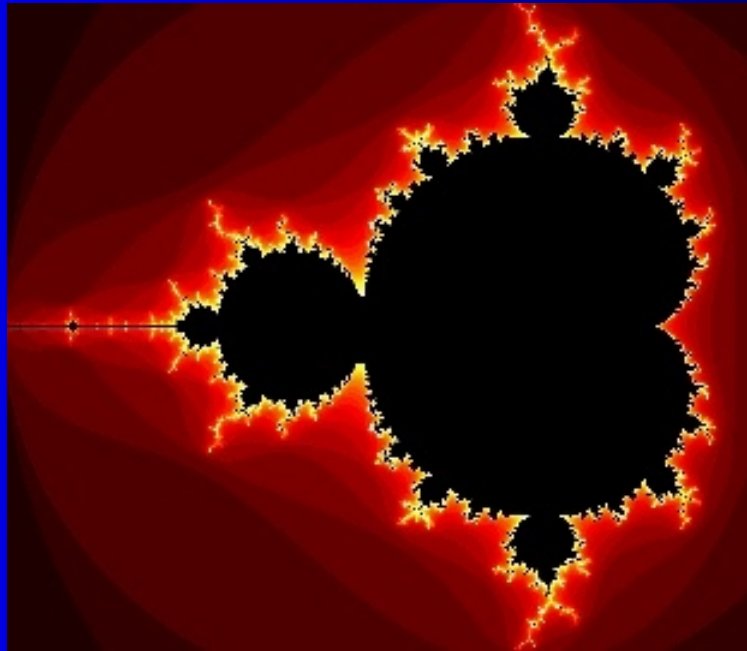
kde n je počet kopií daného objektu zmenšených na jednu k -tinu

Cantorovo diskontinuum: $\text{dim} = \log 2 / \log 3 = 0,6309\dots$



Mandelbrotova množina

= chaotický atraktor zacyklené operace: $C_n = (C_{n-1})^2 + K$,
kde C , K jsou komplexní čísla



Chaos v nás a kolem nás

- Živý organismus se musí adaptovat měnícím se životním podmínkám.
=> Nemůže usilovat o jednoduchou stabilitu.
- Např. EKG vykazuje nepravidelnost (kromě fibrilace).
- Větvení cév lze do jisté míry popsat fraktálním způsobem.
- Teorie chaosu se užívá k předpovědi počasí, nebo částečnému předpovídání pohybu trhu.
- Vystopována i fraktální hierarchie hmoty ve vesmíru (soustavy hvězd a hvězdokup, galaxie a jejich kupy, nadkupy a metagalaxie)
- atd.....