

**ČESKÉ VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ**

**FAKULTA JADERNÁ A FYZIKÁLNĚ INŽENÝRSKÁ  
(FYZIKÁLNÍ SEMINÁŘ)**

# **Zdánlivé paradoxy ve speciální teorii relativity**

---

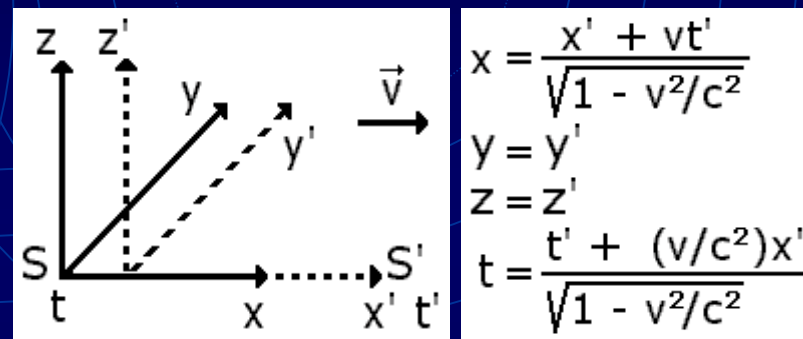
**Jan Duchoň – Lenka Kučerová – Mirek Vinš – Vítězslav Dostál**

**OBSAH: PARADOX RYTÍŘŮ  
PARADOX DŮCHODKYNĚ  
PARADOX CYKLISTKY  
PARADOX ŠÍLENÉHO ZÁVORÁŘE**

# SPECIÁLNÍ TEORIE RELATIVITY (PŘIPOMENUTÍ ZÁKLADNÍCH POJMŮ)

- Základní postuláty
  - a) Fyzikální zákony mají stejný tvar ve všech inerciálních vztažných soustavách
  - b) Světlo se šíří ve vakuu stejnou rychlostí ve všech inerciálních vztažných soustavách

- Lorentzova transformace v kartézské soustavě souřadnic  $S$  a  $S'$  ( $S'$  se vůči  $S$  pohybuje rychlostí  $v$ )



$$\begin{aligned}
 x &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\
 y &= y' \\
 z &= z' \\
 t &= \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}
 \end{aligned}$$

- Speciální tvar Lorentzovy transformace

## Dilatace času

$\Delta t$  = časový interval měřený v  $S$

$\Delta t'$  = časový interval měřený v  $S'$

## Kontrakce délek

$l_0$  = délka měřená v  $S$

$l$  = délka měřená v  $S'$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

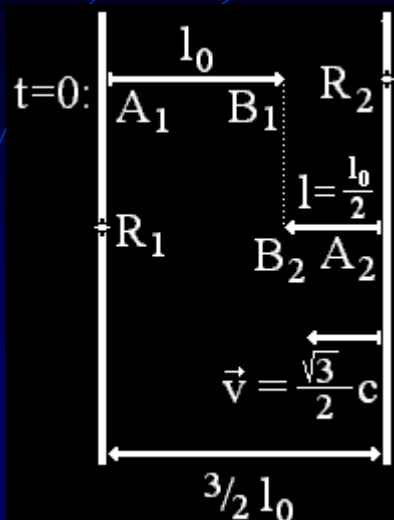
# Většina paradoxů tkví v opomenutí...

- Provedení úpravy všech klasických absolutních veličin na relativistické
- Relativity současnosti dvou událostí a faktu, že kvazisisoučasné události se nemohou příčinně ovlivňovat
- Konečné rychlosti šíření informace
- Rozdílu mezi skutečnou polohou tělesa ve zvolené soustavě a obrazem, který vzniká na sítnici oka, objektivu kamery, stínítku atp.
- Neexistence absolutně tuhých těles
- Transformace kolmé složky rychlosti (pod vlivem toho, že kolmé vzdálenosti nekontrahují)
- Rozrůznění směru zrychlení a působící síly po transformaci souřadnic
- Existence časových a délkových „skoků“ při změně inerciální soustavy
- Vzniku efektů podobných účinkům mech. napětí při kontrakci délek
- Faktu, že zkoumání objektů, jež se pohybují jinak než rovnoměrně přímočaře, vede k neeuklidovské geometrii

**Paradox rytíře dle B. Henryho: Když nemá brnění, tak má brnění.**

Z hlediska  $R_1$ :

Vývoj událostí: ( $t$  je čas na hodinkách  $R_1$ )



$$t = 0$$

$R_2$  je  $l_0/2$  od kopí  $R_1$ ;  $R_1$  je  $l_0$  od kopí  $R_2$

$$t = \frac{\sqrt{3} l_0}{3 c}$$

$R_2$  je probodnut;  $R_1$  je  $l_0/2$  od kopí  $R_2$

$$t = \frac{2\sqrt{3} l_0}{3 c}$$

$R_1$  je probodnut

$$\frac{\sqrt{3} l_0}{3 c}$$

Je čas než kopí

$R_2$  dorazí k  $R_1$

$$T = \frac{l_0}{c} > \frac{\sqrt{3} l_0}{3 c}$$

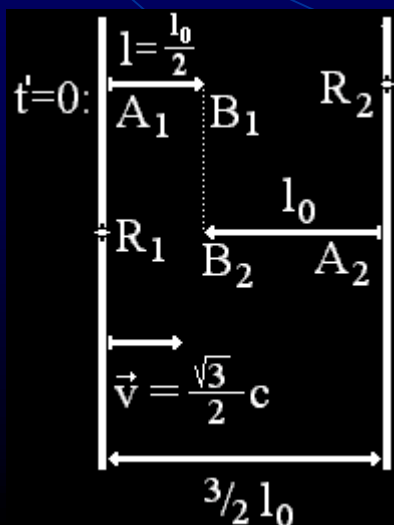
$T$  je min. čas, za který info o probodnutí

$R_2$  dojde k  $R_1$

**Kvasiparadox rytíře: Než mu to dojde, tak pojde.**

Z hlediska  $R_2$ :

Vývoj událostí ( $t'$  měří  $R_2$ ,  $t$  čas na hodinkách  $R_1$ )



$$t' = 0$$

$R_1$  je  $3/2 l_0$  daleko od  $R_2$

$$t' = \frac{\sqrt{3} l_0}{3 c}$$

Je  $R_1$  probodnut, na hodinkách  $R_1$  je čas

*Pozn. Probodnutí je kvazisoučasný děj.*

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2\sqrt{3} l_0}{3 c}$$

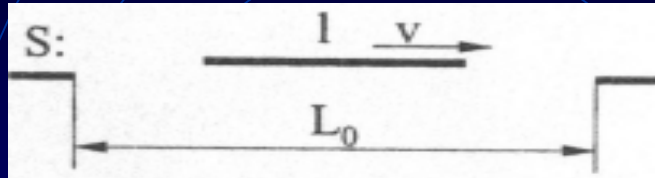
$$t' = \frac{2\sqrt{3} l_0}{3 c}$$

Je  $R_2$  probodnut, pohybuje-li se kopí dál i po probodnutí  $R_1$

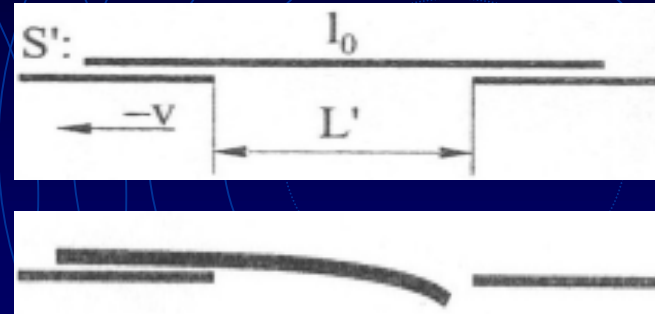
# Paradox (Dů)chodkyně

- Spadne relativisticky kontrahovaná důchodkyně do kanálu ?

- **Viděno z chodníku:** Pohybující se tyč je zkrácena, propadne.



- **Očima (dů)chodkyně:** Otvor je zkrácen, nemůže se mi nic stát.

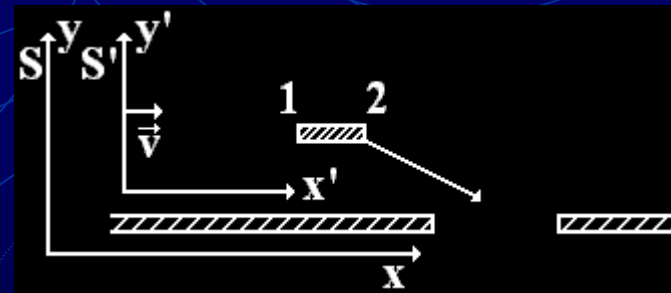


- Popišme 2 modifikace úlohy:

## A) Varianta se silou

Kde byla chyba ? Zapomněli jsme, že začátek působení sil je kvazisoučasný a že tyč není absolutně tuhá. Tyč se provlékne.

## B) Varianta s natočením



Výpočet Lorent. transformace:

$$y_1 = y_2 = y_0 + v_y t$$

$$y_2' = y_2 = y_0 + v_y \frac{t' + \frac{v}{c^2} x_2'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y_2' - y_1' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{v_y v}{c^2} (x_2 - x_1)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y v}{c^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} < 0$$

- A kde byla chyba teď ? Zapomněli jsme transformovat ypsilonovou složku rychlosti.
- Závěr: Tyč není absolutně tuhá, propadne, ve var. A) protože se ohne, ve var. B) protože bude natočena.

# Paradox Transportéru

- pás transportéru pohybující se relativistickou rychlostí  $v$  kolem pevných kladek
- vzdálenost os kladek  $l_0$ , délka pásu:  $2l_0 + 2\pi R_0$
- nejprve předpoklad, že  $l_0 \gg R_0$ , tedy délka pásu přibližně  $2l_0$

## Chybný popis:

### 1) Z klidové soustavy:

- Horní pás se pohybuje rychlostí  $v$ , dolní  $-v$ ,
- Pásky jsou oba zkráceny stejně na  $l < l_0$ ,
- Závěr pás musí být napjat, absolutně tuhý by se přetrhl.

### 2) Ze soustavy spojené se s horním pásem:

- Horní pás je v klidu, jeho délka je  $l_0$
- Kladky se pohybují rychlostí  $-v$ , jejich vzdálenost je kontrahována  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
- Dolní pás se pohybuje rychlostí  $u = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$ , jeho délka je  $L = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} < l$ .

### Závěr:

Horní pás je uvolněný, spodní napjat víc než při pohledu z klidové soustavy.

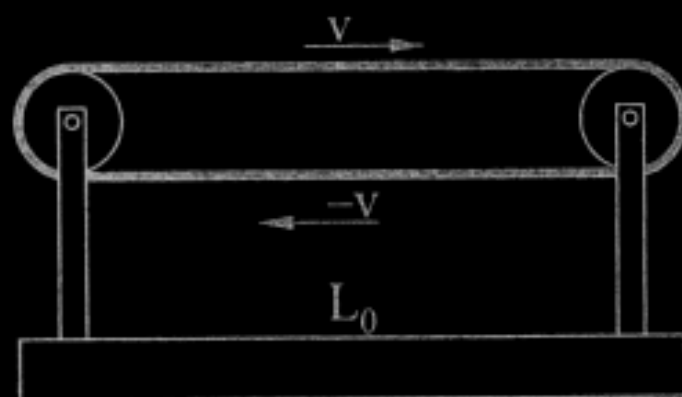
Analogickou úvahu lze provést v soustavě spojené s dolním pásem.

Materiál má určitou mez pevnosti, takže bude-li se pás točit dost rychle, měl by se přetrhnout.

V závislosti na soustavě, ve které jev popisují, by se však přetrhl v různých místech, což je ve sporu s 1. postulátem STR.

### Správný výpočet délky pásu:

V klidové soustavě	Lorentzova transformace	Soustava spojená s horním pásem
$t_A' = t_B' = 0$	$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$t_A = 0$ $t_B = \frac{l_0 v}{c^2} > 0$
$x_A' = 0$ $x_B' = l_0$	$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	$x_A = 0$ $x_B = l_0$

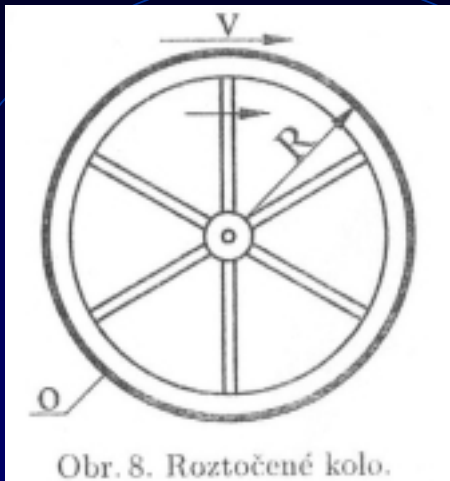


V první úvaze jsme určili délku v soustavě spojené s pásem odečtením souřadnic bodů v různých okamžicích. Tyto souřadnice jsou však závislé na čase, takže musíme provést korekci

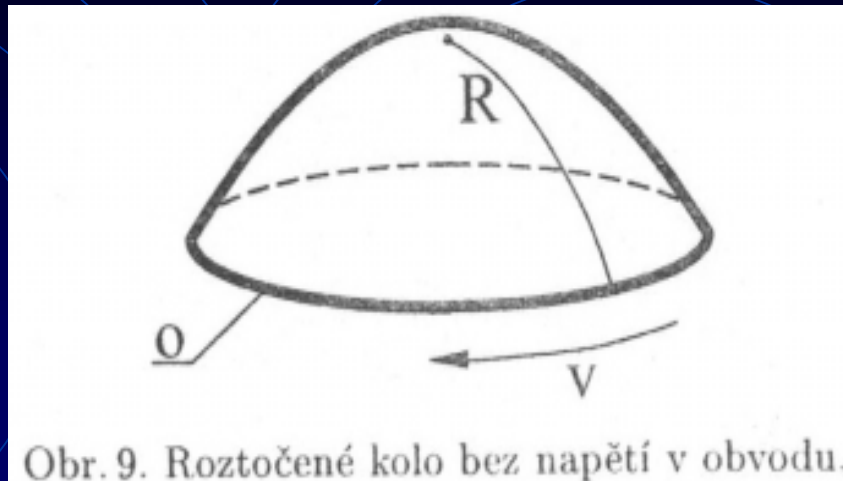
$l_1 = l_0 - \left(\frac{l_0 v}{c^2}\right)v = l_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$ . Délka spodní části pásu je  $l_2 = l_0 + \left(\frac{l_0 v}{c^2}\right)v = l_0 \left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right)$  a délka

celého pásu je  $2l_0$  stejně jako v klidové soustavě.

# PARADOX CYKLISTKY



Obr. 8. Roztočené kolo.



Obr. 9. Roztočené kolo bez napětí v obvodu.

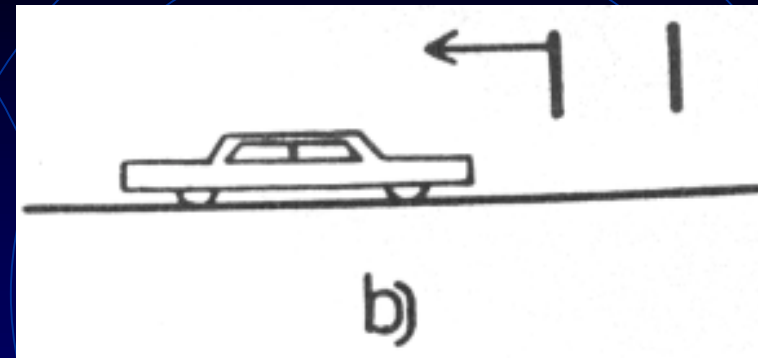
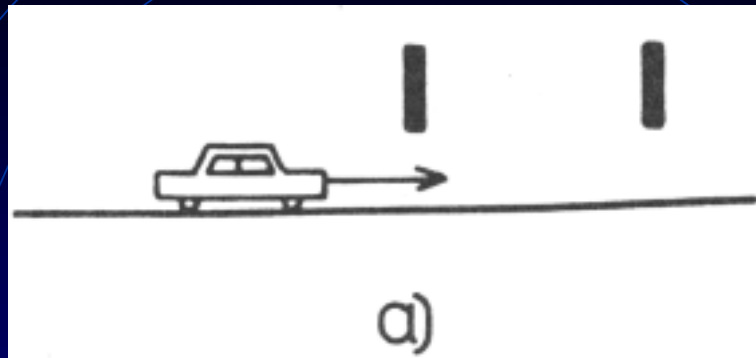
- Kolo v klidu: poloměr  $R_0$ , obvod  $O_0 = 2\pi R_0$
- Kolo rotuje s úhlovou rychlostí  $\omega$ , obvodovou rychlostí  $v$
- Loukotě jsou kolmé na směr pohybu  $\Rightarrow$  poloměr  $R = R_0$
- Z hlediska klidové soustavy je obvod zkrácen  $O < O_0$
- Z hlediska kotouče má obvod délku

$$\frac{2R_0\pi}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 R_0^2}{c^2}}} > 2R_0\pi = O_0$$

- Mezi rotující a inerciální soustavou neplatí symetrické vztahy, geometrie rot. kotouče není eukleidovská, vysvětlení OTR



# Paradox šíleného závoráře



## *Psycho-závorář:*

Auto jede rychlostí blízkou  $c$ , tedy jeho délka je menší než v klidu.  
=> Chytím jej mezi závory

## *Správné vysvětlení:*

- a) Spadne vzdálenější závora
- b) Čelo auta do ní narazí
- c) Auto se deformuje a stlačuje
- d) Až je auto celé mezi závorami, spadne i levá závora

## *Shrnutí:*

- 1) Kontrakce je spjata s určitými efekty, jenž jsou podobny účinkům mechanického napětí
- 2) Každý proces může být dobře vysvětlen a popsán z každé inerciální vztažné soustavy, byť s odlišnou argumentací

# Shrnutí

## *aneb jak postupovat při deparadoxizaci paradoxu*

- Uvědomte si vůči jakým soustavám je paradox popisován a zda jsou inerciální po celou dobu děje.
- K cíli obvykle vede: a) Vypsát, které události jsou v příčinném vztahu a jaké bude pořadí kvazisisoučasných událostí v různých soustavách. b) Pečlivý výpočet pomocí Lorent. transformace.
- Výsledek pokusu musí být vždy jednoznačný a shodný, ač se jeho interpretace v různých soustavách liší.

### Murphyův paradox na závěr:

*Počet průšvihů, které se stanou za čas  $T$  ve Vaší soustavě, je vždy větší nebo roven počtu průšvihů, které se za též časový interval stanou v jakékoli jiné soustavě.*

### Literatura, z níž se čerpalo:

K. Bartuška: Kapitoly ze speciální teorie relativity

V. Votruba: Základy speciální teorie literatury

J. Jelen: Paradoxy prostoročasu (Pokroky mat., fyz. a astr. 1/2001)

Děkujeme za pozornost.